$$E(t,x)=E_0\cos\left(\omega_0 t-\frac{\omega_0}{c_0}x\right)\left(1+a\cos\left(\omega_1 t-\frac{\omega_0}{c_0}x\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}+\gamma\frac{\omega_1}{c_0}\right)\right)\right).$$

Скорость распространеия сигнала можно найти из условия постоянства фазы (полагая ее равной, например, нулю). Окончательно получаем, что искомая скорость распространения огибающей (полезного сигнала)

$$c=\frac{x}{t}=\frac{\omega_1}{\frac{\omega_0}{c_0}\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}+\gamma\frac{\omega_1}{c_0}\right)}=\frac{c_0}{1+\gamma\frac{\omega_0}{c_0}}\approx c_0\left(1-\gamma\frac{\omega_0}{c_0}\right).$$

11.4 *Тема этой задачи предложена студентом 1 курса физического факультета БГУ Юрием Дежко.*

4.1. Записывая уравнение динамики для движения электрона (все обозначения стандартные)

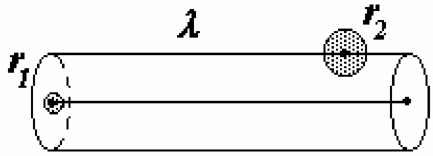
$$\frac{mv^2}{r}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (1)$$

и правило квантования $mrv=n\hbar$, находим радиусы боровских орбит

$$r_n=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}n^2=r_1 n^2. \qquad (2)$$

где $r_1\approx 5{,}3\cdot 10^{-11}\,м$ - радиус первой боровской орбиты. В первом возбужденном состоянии $r_2\approx 2{,}1\cdot 10^{-10}\,м$, для $n=1000$ $r\approx 5\cdot 10^{-5}\,м$, то есть порядка *0,05мм* .

4.2 Оценку длины свободного пробега Λ можно получить путем следующих рассуждений: в цилиндре длиной Λ и радиусом (r_1+r_0) (где r_1, r_0- радиусы атомов водорода и гелия), в среднем должен находится один атом гелия, поэтому



$$\pi(r_1+r_0)^2\Lambda\gamma=1,$$

где γ - концентрация атомов гелия. Из этого соотношения находим

$$\Lambda\approx\frac{1}{\pi(r_1+r_0)^2\gamma}. \qquad (3)$$

Концентрацию молекул гелия найдем из уравнения состояния идеального газа

$$p=\gamma kT,$$

k - постоянная Больцмана. Таким образом, получаем окончательную формулу для оценки длины свободного пробега

$$\varLambda \approx \frac{kT}{\pi\left(r_1 + r_0\right)^2 p}. \qquad (4)$$

Численная оценка длины свободного пробега для атома водорода в заданных условиях $\varLambda \approx 2 \cdot 10^{-6}\,м$. При переходе в первое возбужденное состояние $(n = 2)$ радиус атома водорода возрастает в 4 раза поэтому длина свободного пробега уменьшается в $\dfrac{\varLambda_1}{\varLambda_2} = \dfrac{\left(4r_1 + r_0\right)^2}{\left(r_1 + r_0\right)^2} \approx 4$ раза.

4.3 Частота излуения определяется разностью энергий состояний, между которыми происходит переход

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h}, \qquad (5)$$

где h - постоянная Планка. Энергии состояний могут быть вычисленны по формуле

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{me^4}{2\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \qquad (6)$$

которая следует из теории Бора. Таким образом, искомая частота излучения

$$\nu_0 = \nu_{1\to 2} = \frac{me^4}{\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2 4\pi\hbar^3}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \approx 2{,}4 \cdot 10^{15} c^{-1}.$$

4.4 При движении приемника навстречу волне, одна длина волны λ (которая связана с частотой соотношением $\lambda = \dfrac{c}{\nu_0}$) пройдет через приемник за время $\tau = \dfrac{\lambda}{c + V}$. Понятно, что это время является периодом колебаний, воспринимаемым источником, поэтому воспринимаемая частота может быть рассчитана по формуле

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{\nu_0}{c}\left(c + V\right) = \nu_0\left(1 + \frac{V}{c}\right). \qquad (7)$$

4.5 Из формулы (7) следует, что доплеровский сдвиг частоты равен $\varDelta\nu = \nu_0 \dfrac{V}{c}$. Такой сдвиг достигается при скорости

$$V^* = c\frac{\varDelta\nu}{\nu_0} \approx 1{,}3 \cdot 10^3 \frac{м}{c}.$$

4.6 Ширине линии поглощения $\delta\nu$ соответствует интервал скоростей

$\delta V = c\dfrac{\delta\nu}{\nu_0} \approx 50\dfrac{м}{с}$. Из приведенного графика найдем значение функции распределения для скорости $V^* = 1{,}3\cdot 10^3\dfrac{м}{с}$: $f \approx 0{,}18\cdot 10^{-3}\left(\dfrac{м}{с}\right)^{-1}$. Поэтому доля молекул, которые могут поглотить падающее излучение равна $f\delta V \approx 0{,}009$ (т.е. около 1%), учитывая вероятность поглощения, найдем долю возбужденных молекул $\xi = \eta f\left(V^*\right)\delta V \approx 9\cdot 10^{-5}$

4.7 При оговоренных приближениях, следует считать, что возбужденные атомы сразу останавливаются. Выделим эту группу атомов (они имеют скорости мало отличающиеся от величины $V^* = c\dfrac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx 1{,}3\cdot 10^3\dfrac{м}{с}$), обозначим их число $\delta N = \xi N$. Средняя скорость остальных молекул (их число $N - \delta N$ практически равно полному числу молекул) и будет равна скорости дрейфа $V_{др.}$. При отсутствии возбуждения средняя скорость смещения равна нулю, поэтому выполняется соотношение

$$NV_{др.} + \delta N V^* = 0\,.$$

Отсюда находим среднюю скорость дрейфа $V_{др} = -\dfrac{\delta N}{N}V^* = -\xi V^* \approx -0{,}1\dfrac{м}{с}$. Знак минус указывает, что дрейф направлен в сторону, противоположную скорости атомов, поглощающих свет.

4.8 Из предыдущих разделов следует, что сорость определяется формулой

$$V_{др} = -\eta f\left(V^*\right)\delta V\cdot V^*,$$

где $V^* = c\dfrac{\Delta\nu}{\nu_0}$ - скорость атомов, для которых падающее излучение является резонансным, поэтому

$$V_{др} \approx -\eta\delta V c\frac{\Delta\nu}{\nu_0} f\left(c\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right).$$

Положительным считается направление, противоположное направлению падающего света. Схематический график этой зависимости имеет вид $-xf(x)$ и показан на рисунке.