Белорусская
республиканская физическая олимпиада
Мозырь, 2002 год

Решения задач.

9 класс.

9.1 По определению, средней скоростью называется отношение пройденного пути ко времени движения $\langle v\rangle = \frac{S}{t}$, а средним ускорением отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло $\langle a\rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

а) Обозначим все время движение точки τ. Тогда средняя скорость может быть рассчитана по формуле

$$\langle v\rangle = \frac{v_1\frac{\tau}{2} + v_2\frac{\tau}{2}}{\tau} = \frac{v_1 + v_2}{2}. \qquad (1)$$

Изменение скорости $\Delta v = v_2 - v_1$, произошло за время движения $\tau = \frac{S}{\langle v\rangle} = \frac{2S}{v_1 + v_2}$, поэтому среднее ускорение

$$\langle a\rangle = \frac{\Delta v}{\tau} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2S}. \qquad (2)$$

б) В этом случае время движения $\tau = \frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2} = \frac{S}{2}\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2}$, поэтому средняя скорость

$$\langle v\rangle = \frac{S}{\tau} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}, \qquad (3)$$

а среднее ускорение

$$\langle a\rangle = \frac{\Delta v}{\tau} = \frac{2v_1 v_2 (v_2 - v_1)}{S(v_2 + v_1)}. \qquad (4)$$

в) Учитывая, что начальная скорость точки на первом участке равна нулю, а начальная скорость на втором участке равна конечной скорости первого участка, запишем выражение для пройденного пути

$$S = \frac{a_1\left(\frac{\tau}{2}\right)^2}{2} + a_1\left(\frac{\tau}{2}\right)\cdot\left(\frac{\tau}{2}\right) + \frac{a_2\left(\frac{\tau}{2}\right)^2}{2} = \frac{\tau^2}{8}(3a_1 + a_2),$$

из которого определим время движения

$$\tau = \sqrt{\frac{8S}{3a_1 + a_2}}. \qquad (5)$$

Таким образом, средняя скорость в этом случае

$$\langle v \rangle = \frac{S}{\tau} = \sqrt{\frac{S(3a_1 + a_2)}{8}}. \qquad (6)$$

Изменение скорости на всем пути определяется формулой $\Delta v = a_1 \frac{\tau}{2} + a_2 \frac{\tau}{2}$, поэтому среднее ускорение в этом случае равно

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\tau} = \frac{a_1 + a_2}{2}. \qquad (7)$$

г) Пусть первую половину пути точка прошла за время τ_1, которое можно определить из формулы

$$\frac{S}{2} = \frac{a_1 \tau_1^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = \sqrt{\frac{S}{a_1}}. \qquad (8)$$

Для второго участка пути справедливо соотношение $\frac{S}{2} = a_1 \tau_1 \tau_2 + \frac{a_2 \tau_2^2}{2}$, из которого нйдем время движения на втором участке (с учетом формулы (8))

$$\tau_2 = \sqrt{S}\,\frac{\sqrt{a_1 + a_2} - \sqrt{a_1}}{a_2}. \qquad (9)$$

Теперь можно найти среднюю скорость

$$\langle v \rangle = \frac{S}{\tau_1 + \tau_2} = \sqrt{a_1 S}\,\frac{a_2}{a_2 - a_1 + \sqrt{a_1(a_2 + a_1)}} \qquad (10)$$

и среднее ускорение

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{a_1 \tau_1 + a_2 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{a_2 \sqrt{a_1(a_2 + a_1)}}{a_2 - a_1 + \sqrt{a_1(a_2 + a_1)}}. \qquad (11)$$

9.2 Основная проблема, возникающая при реализации описанной ситуации (замораживании воды), заключается в «утилизации» большого количества теплоты, выделяющейся при кристаллизации. Действительно, при замерзании воды выделится количество теплоты $Q_1 = \lambda m_0 = 330 кДж$. На нагревание этой же воды может пойти количество телоты $Q_2 = c_0 m_0 \left(t_{кр} - t_0\right) \approx 21 кДж$, где $t_{кр} = 0°C$ - температура кристаллизации воды при нормальном давлении. Поэтому оставшееся количество теплоты $Q_1 - Q_2$ должно пойти на нагреваемого льда (но при этом он не должен расплавиться!). Таким