из которого определим время движения

$$\tau = \sqrt{\frac{8S}{3a_1 + a_2}}. \qquad (5)$$

Таким образом, средняя скорость в этом случае

$$\langle v \rangle = \frac{S}{\tau} = \sqrt{\frac{S(3a_1 + a_2)}{8}}. \qquad (6)$$

Изменение скорости на всем пути определяется формулой $\Delta v = a_1 \frac{\tau}{2} + a_2 \frac{\tau}{2}$, поэтому среднее ускорение в этом случае равно

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\tau} = \frac{a_1 + a_2}{2}. \qquad (7)$$

г) Пусть первую половину пути точка прошла за время τ_1, которое можно определить из формулы

$$\frac{S}{2} = \frac{a_1 \tau_1^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = \sqrt{\frac{S}{a_1}}. \qquad (8)$$

Для второго участка пути справедливо соотношение $\frac{S}{2} = a_1 \tau_1 \tau_2 + \frac{a_2 \tau_2^2}{2}$, из которого нйдем время движения на втором участке (с учетом формулы (8))

$$\tau_2 = \sqrt{S}\,\frac{\sqrt{a_1 + a_2} - \sqrt{a_1}}{a_2}. \qquad (9)$$

Теперь можно найти среднюю скорость

$$\langle v \rangle = \frac{S}{\tau_1 + \tau_2} = \sqrt{a_1 S}\,\frac{a_2}{a_2 - a_1 + \sqrt{a_1(a_2 + a_1)}} \qquad (10)$$

и среднее ускорение

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{a_1 \tau_1 + a_2 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{a_2 \sqrt{a_1(a_2 + a_1)}}{a_2 - a_1 + \sqrt{a_1(a_2 + a_1)}}. \qquad (11)$$

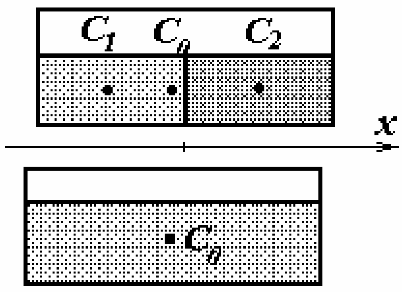
9.2 Основная проблема, возникающая при реализации описанной ситуации (замораживании воды), заключается в «утилизации» большого количества теплоты, выделяющейся при кристаллизации. Действительно, при замерзании воды выделится количество теплоты $Q_1 = \lambda m_0 = 330 кДж$. На нагревание этой же воды может пойти количество телоты $Q_2 = c_0 m_0 \left(t_{кр} - t_0\right) \approx 21 кДж$, где $t_{кр} = 0°C$ - температура кристаллизации воды при нормальном давлении. Поэтому оставшееся количество теплоты $Q_1 - Q_2$ должно пойти на нагреваемого льда (но при этом он не должен расплавиться!). Таким образом, для замораживания всей воды должно выполняться следующее уравнение теплового баланса

$$Q_1 - Q_2 = c_1 m_x \left(t_{кр} - t_1 \right),$$

из которого находим искомую массу льда

$$m_x = \frac{Q_1 - Q_2}{c_1 m_x \left(t_{кр} - t_1 \right)} \approx 7{,}4кг\,.$$

9.3 Для решения задачи необходимо заметить, что на рассматриваемую систему не действуют внешние силы, имеющие горизонтальные составляющие. Поэтому горизонтальная координата центра масс не может изменится при любых процессах, проходящих внутри системы.



Очевидно, что после плавления льда центр масс сосуда будет находится на середине сосуда. Найдем горизонтальную координату x_0 центра масс системы в начальном состоянии.

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}, \qquad (1)$$

где $x_1 = -l/4, \quad x_2 = +l/4$ координаты центров масс воды и льда, соответственно; $m_1 = \rho_1 S \frac{l}{2}, \quad m_2 = \rho_2 S \frac{l}{2}$ - массы воды и льда, S - площадь поперечного сечения сосуда. Подставив эти значения в формулу (1) получим

$$x_0 = -\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \cdot \frac{l}{2}, \qquad (2)$$

на такую же величину сместится сосуд после плавления льда и установления равновесия воды в сосуде.

9.4 Равномерное движение пузырька обеспечивается равенством сил, действующих на него. Так, при неподвижной трубке сила Архимеда уравновешивается силой вязкого трения

$$\rho g V = \beta v_0\,, \qquad (1)$$

где V - объем пузырька. При подъеме трубки с постоянным ускорением в это уравнение пример вид (проще всего обосновать это выражение, перейдя в неинерциальную систему отсчета, связанную с трубкой):

$$\rho(g + a)V = \beta v_1\,. \qquad (2)$$