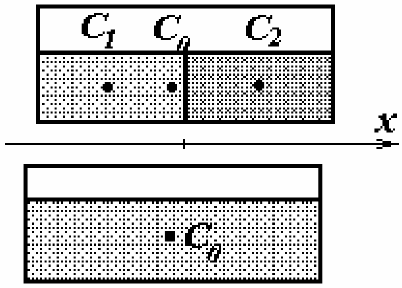
образом, для замораживания всей воды должно выполняться следующее уравнение теплового баланса

$$Q_1 - Q_2 = c_1 m_x \left(t_{кр} - t_1 \right),$$

из которого находим искомую массу льда

$$m_x = \frac{Q_1 - Q_2}{c_1 m_x \left(t_{кр} - t_1 \right)} \approx 7{,}4 кг .$$

9.3 Для решения задачи необходимо заметить, что на рассматриваемую систему не действуют внешние силы, имеющие горизонтальные составляющие. Поэтому горизонтальная координата центра масс не может изменится при любых процессах, проходящих внутри системы.



Очевидно, что после плавления льда центр масс сосуда будет находится на середине сосуда. Найдем горизонтальную координату x_0 центра масс системы в начальном состоянии.

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}, \qquad (1)$$

где $x_1 = -l/4$, $x_2 = +l/4$ координаты центров масс воды и льда, соответственно; $m_1 = \rho_1 S \frac{l}{2}$, $m_2 = \rho_2 S \frac{l}{2}$ - массы воды и льда, S - площадь поперечного сечения сосуда. Подставив эти значения в формулу (1) получим

$$x_0 = -\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \cdot \frac{l}{2}, \qquad (2)$$

на такую же величину сместится сосуд после плавления льда и установления равновесия воды в сосуде.

9.4 Равномерное движение пузырька обеспечивается равенством сил, действующих на него. Так, при неподвижной трубке сила Архимеда уравновешивается силой вязкого трения

$$\rho g V = \beta v_0, \qquad (1)$$

где V - объем пузырька. При подъеме трубки с постоянным ускорением в это уравнение пример вид (проще всего обосновать это выражение, перейдя в неинерциальную систему отсчета, связанную с трубкой):

$$\rho (g + a) V = \beta v_1 . \qquad (2)$$

Из выражений (1)-(2) находим скорость установившегося движения пузырька

$$v_1 = v_0 \frac{g+a}{g}. \qquad (3)$$

Формула (3) применима для любых ускорений трубки, поэтому легко заметить, что скорость пузырька станет равной $-v_0$, при ускорении трубки равном $-2g$, то есть при движении вниз с ускорением в два раза большем ускорения свободного падения.

9.5 а) размерности коэффициентов следуют из вида приведенных формул: $[R_0] = Ом;\quad [\alpha] = град^{-1};\quad [\beta] = \frac{[P]}{[t]} = \frac{Вт}{град}$.

б) В установившемся режиме мощность теплоты, выделяющейся при прохождении тока через проводник (которая определяется законом Джоуля-Ленца), равна можности теплоты, отдаваемой проводником в окружающую среду

$$\frac{U^2}{R_0(1-\alpha t)} = \beta t. \qquad (1)$$

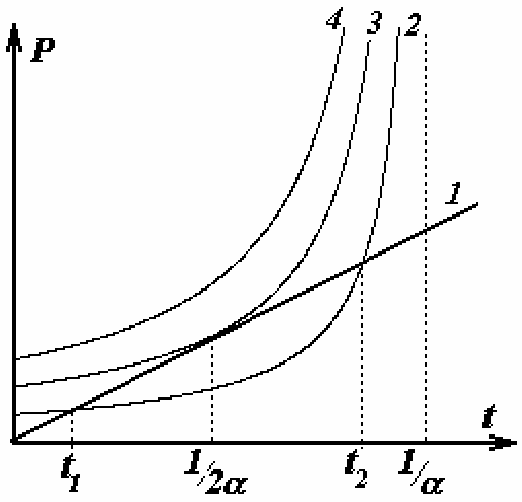
Это уравнение является квадратным относительно неизвестной установившейся температуры. Решение этого уравнения имеет вид

$$t = \frac{1}{2\alpha}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}}\right), \qquad (2)$$

где обозначено $U_0 = \sqrt{\frac{R_0\beta}{4\alpha}}$.

В зависимости от приложенного напряжения U , уравнение (1) имеет либо два корня (при $U < U_0$); либо один корень (при $U = U_0$); либо корней не имеет (при $U > U_0$).

Чтобы уяснить физический смысл полученных результатов и выбрать нужное значение корня представим уравнение (1) в графической форме: изобразим примерные графики зависимости рассматриваемых мощностей от температуры проводника.



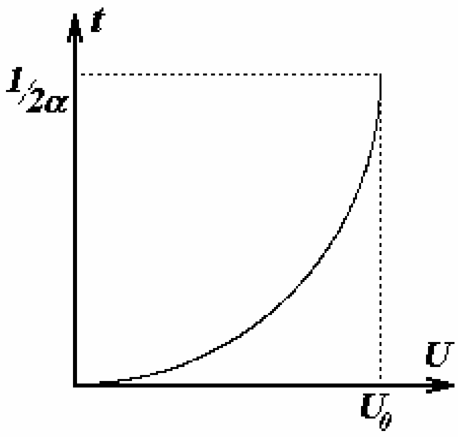
Прямая 1 является зависимостью мощности теплоты, отдаваемой в среду, кривые 2,3,4 -зависимости мощностей, выделяемых в проводнике, построенные при разных значениях напряжения источника.

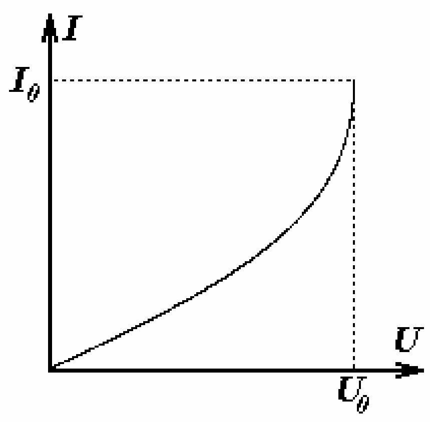
Кривая 2 соответствует наличию двух корней t_1, t_2 уравнения 1. Можно заметить, что корень t_1 является устойчивым: при $t < t_1$ мощность, выделяющаяся в проводнике, превосходит мощность, отдаваемую в среду, поэтому проводник будет нагреваться; при $t > t_1$ ситуация обратная, поэтому проводник будет остывать до температуры t_1. Корень t_2- неустойчив: при $t < t_2$ проводник будет остывать до температуры t_1; при $t > t_2$ проводник будет разогревать до бесконечности, так на этом этапе мощность, выделяемая в проводнике, возрастает быстрее мощности, отдаваемой в среду.

Кривая 3 построена для случая единственного корня, который как видно из графика неустойчив - проводник будет разогреваться.

Отсутсвие корней иллюстрирует кривая 4 - в этом случае отсутствует равновесное значение температуры - при любом ее значении проводник разогревается быстрее, чем остывает.

Таким образом, при $U < U_0$ установившаяся температура определяется формулой $t_1 = \frac{1}{2\alpha}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}}\right)$, если начальная температура проводника меньше, чем $t_2 = \frac{1}{2\alpha}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}}\right)$. В





остальных случаях установившейся температуры не существует - проводник неограниченно разогревается. Примерный график рассмотренной зависимости $t(U)$ показан на рисунке.

в) зависимость силы тока от напряжения легко получить, используя закон Ома и зависимость температуры от приложенного напряжения:

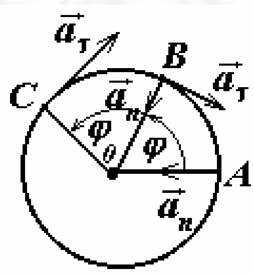
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_0(1-\alpha t)} = \frac{2U}{R_0\left(1+\sqrt{1-\dfrac{U^2}{U_0^2}}\right)}.$$

Примерный график этой зависимости $I(U)$ также показан на рисунке.

10 класс.

10.1 Крутильные колебания диска описываются функцией

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega t, \qquad (1)$$



где φ- угол отклонения от положения равновесия, φ_0- угловая амплитуда колебаний, ω -круговая частота колебаний. Рассмотрим движение произвольной точки диска, находящейся на расстоянии R от оси вращения. В произвольном положении ее ускорение складывается из двух составляющих: тангенциальной $\vec{a}_\tau$- направленной по касательной к траектории и связанной с изменением модуля скорости движения;

нормальной $\vec{a}_n$- направленной к центру вращения и связанной с изменением направления вектора скорости, которая в данном случае является центростремительным ускорением.

Из закона движения (1) следует, что угловая скорость вращения изменяется по закону $\Omega = -\omega\varphi_0 \sin \omega t$, а угловое ускорение

$$\beta = -\omega^2 \varphi_0 \cos \omega t.$$

В положениях максимального отклонения скорости рассматриваемой точки равны нулю, поэтому равно нулю и нормальное ускорение. Следовательно, в этих положениях полное ускорение совпадает с тангенциальным

$$a_1 = a_\tau = R\beta = -R\omega^2\varphi_0. \qquad (2)$$

При прохождении положения равновесия скорость точки максимальна, поэтому тангенциальное ускорение равно нулю, а полное ускорение равно нормальному