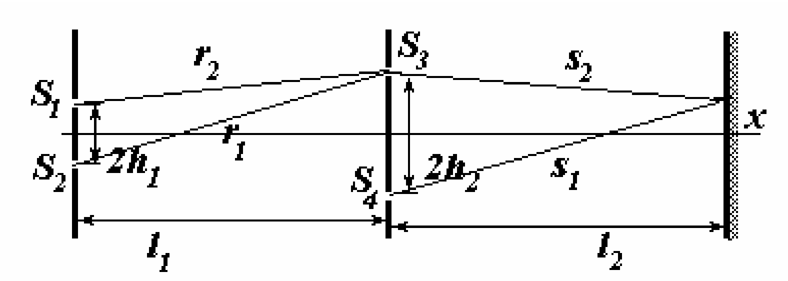


Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, каждую щель можно рассматривать как источник вторичных волн. Обозначим эти «источники» в первом экране S_1 и S_2, тогда на расстоянии r от источника вторичные волны описываются функциями

$$A = A_0 \cos(\omega t - kr) \quad , \qquad (1)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ -волновое число. Чтобы найти функцию, описывающую колебания в щелях S_3 и S_4 во втором экране, необходимо просуммировать волны от щелей S_1 и S_2. Результат суммирования может быть получен разными способами, например, посредством цепочки преобразований

$$\begin{aligned} A_3 &= A_0 \cos\left(\omega t - kr_1\right) + A_0 \cos\left(\omega t - kr_2\right) = \\ &= 2A_0 \cos\left(\omega t - k\frac{r_1 + r_2}{2}\right)\cos\left(k\frac{r_1 - r_2}{2}\right) \quad . \end{aligned} \qquad (2)$$

При выводе учтено, расстояния r_1 и r_2 отличаются мало, поэтому амплитуды интерферирующих волн можно считать равными. Вычисление разности хода следует проводить с учетом малости расстояний между щелями по сравнению с расстоянием меду экранами. С помощью очевидной и традиционной методики получим

$$\begin{aligned} & r_1^2 = l_1^2 + \left(h_2 + h_1\right)^2; \quad r_2^2 = l_1^2 + \left(h_2 - h_1\right)^2; \\ & 2l_1\left(r_1 - r_2\right) = 4h_2 h_1; \quad \Rightarrow \quad r_1 - r_2 = 2\frac{h_2 h_1}{l_1}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Полностью аналогично вычисляется функция колебаний в точке x на последнем экране, как сумма вторичных волн от щелей S_3 и S_4. Так разность хода между этими волнами вычисляется с помощью соотношений

$$\begin{aligned} & s_1^2 = l_2^2 + \left(h_2 + x\right)^2; \quad s_2^2 = l_2^2 + \left(h_2 - x\right)^2; \\ & 2l_2\left(s_1 - s_2\right) = 4h_2 x; \quad \Rightarrow \quad s_1 - s_2 = 2\frac{h_2}{l_2}. \end{aligned} \qquad (4)$$

А суммирование волн выполняется аналогично преобразованиям (2):

$$\begin{aligned} A_x &= A_3' \cos\left(\omega t - ks_1\right) + A_3' \cos\left(\omega t - ks_2\right) = \\ &= 2A_3' \cos\left(\omega t - k\frac{s_1 + s_2}{2}\right)\cos\left(k\frac{s_1 - s_2}{2}\right) \quad . \end{aligned} \qquad (5)$$

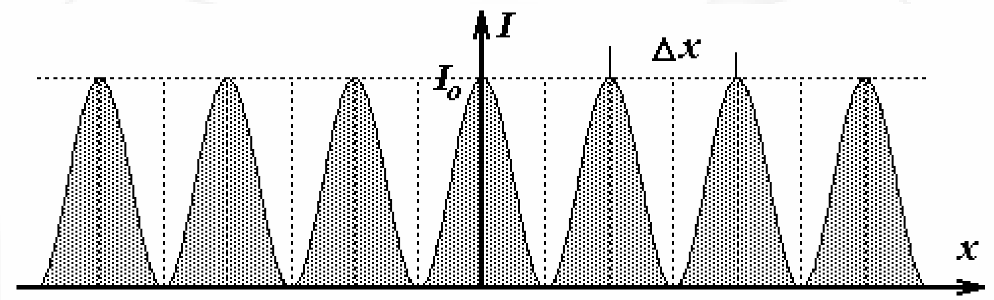
Понятно, что амплитуды интерферирующих волн на последнем экране отличны от амплитуды колебаний в щелях на втором экране, но равны между собой, кроме того, легко показать, что колебания в щелях второго экрана синфазны. Используя полученные ранее выражения, получим амплитуду колебаний в интересующей нас точке

$$A_x = A\cos(\omega t)\cos\left(k\frac{r_1 - r_2}{2}\right)\cos\left(k\frac{s_1 - s_2}{2}\right) = A\cos(\omega t)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_1 h_2}{l_1}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_2 x}{l_2}\right) \ ,$$

Как известно, интенсивность света пропорциональна среднему квадрату амплитуды колебаний, поэтому распределение интенсивности света на последнем экране описывается функцией

$$I_x = \left\langle A_x^2 \right\rangle = I_0 \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_1 h_2}{l_1}\right)\cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_2 x}{l_2}\right). \qquad (6)$$

Таким образом интерференционная картина представляет собой набор чередующихся равноотстоящих полос, ширина которых не зависит от расстояния между щелями в первом экране. Это расстояние определяет



интенсивность полос.

Эта же функция (6) описывает зависимость интенсивности света в точке x экрана от расстояния между щелями во втором экране.

Для определения оптимального положения для экспериментального изучения зависимости интенсивности от расстояния h_2, перепишем функцию (6) в виде

$$I_x(h_2) = I_0 \cos^2(\beta_1 h_2)\cos^2(\beta_2 h_2), \qquad (7)$$

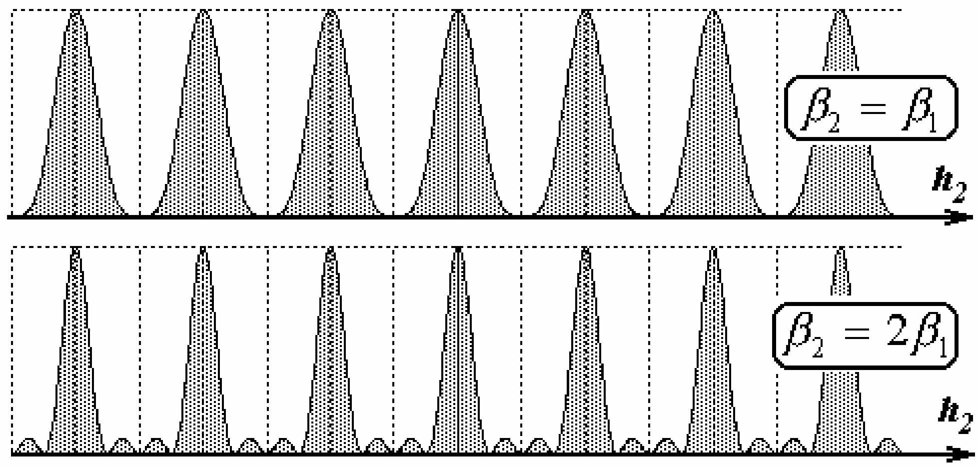
где обозначено $\beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_1}{l_1}, \quad \beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x}{l_2}$.

Для выбора оптимального соотношения между параметрами $\beta_1, \quad \beta_2$ используем следующие критерии:

1) Эта функция должна быть достаточно простой, чтобы полученная экспериментальная зависимость легко интерпретировалась). Этого можно достичь если параметры $\beta_1, \quad \beta_2$ кратны друг другу$\left(\beta_2 = m\beta_1, \quad m - целое\right)$, тогда зависимость (7) будет периодической.

2) Эта функция должна иметь резкие максимумы (что бы точность определения ширины полосы была выше), этого можно достичь при возрастании С. Однако при возрастании x, во-первых, ухудшается видимость интерференционной картины, во- вторых, усложняется зависимость $I_x(h_2)$.

С этих точек зрения наиболее предпочтительными являются значения $\beta_2 = \beta_1$, $\beta_2 = 2\beta_1$. На рисунке представлены эти зависимости.



Переход к следующему $\beta_2 = 3\beta_1$, по-видимому, уже слишком усложнит вид зависимости. Поэтому оптимальным можно признать соотношение $\beta_2 = 2\beta_1$, из которого следует, что приемник целесообразно разместить в точке, находящейся на расстоянии $x = 2\dfrac{h_1 l_2}{l_1}$.

В заключение можно полюбоваться «трехмерным графиком функции (6).