Витебск, 2003г. Решения задач.

9 класс.

Задача 1.

Основная ошибка, допущенная «изобретателем», заключалась в том, что он не учел электрического сопротивления контакта между трубками.
Если пренебречь этим сопротивлением, то общее сопротивление резистора рассчитывается по формуле

$$R_{теор.} = \rho\left(\frac{L_1 - x}{S_1} + \frac{x}{S_1 + S_2} + \frac{L_2 - x}{S_2}\right) = \\ = \rho\left(\frac{L_1}{S_1} + \frac{L_2}{S_2}\right) - \rho\left(\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_1 + S_2} + \frac{1}{S_2}\right)x, \qquad (1)$$

где L_1, L_2 - длины трубок, S_1, S_2 - площади их торцов, ρ - удельное электрическое сопротивление материала трубок. Как видно, эта зависимость действительно линейна.
Если же сопротивление контакта значительно превышает сопротивления самих трубок, то зависимость сопротивления от величины x будет иной (электрический ток по смазке протекает перпендикулярно поверхности трубок)

$$R_{эксп.} = \rho_1 \frac{h}{2\pi r x}, \qquad (2)$$

где h - ширина зазора между трубками, r - внешний радиус внутренней трубки, ρ_1 - удельное электрическое сопротивление смазки. Эта зависимость обратно пропорциональная.

Задача 2.

Запишем основной закон динамики для каждого их грузов в проекции на вертикальную ось с учетом условий невесомости нити и блоков, а также отсутствия трения в осях блоков:

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= T \\ m_2 a_2 &= T \\ m_0 a_0 &= m_0 g - 2T \end{aligned}, \qquad (1)$$

Все обозначения стандартные и очевидные. Поскольку трение грузов о плоскость отсутствует, то в горизонтальном направлении система является замкнутой, т.е. положение ее центра масс не может измениться по горизонтали. С учетом этого получаем следующее уравнение

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 . \qquad (2)$$

Кроме того, учтем кинематическую связь между ускорениями грузов для подвижного блока

$$a_1 + a_2 = 2a_0 . \qquad (3)$$

Выразив из (2) - (3) значения $a_1 = \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2} a_0$; $a_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} a_0$ и подставив их в (1) найдем

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} a_0 \quad ;$$

$$a_0 = \frac{m_0 (m_1 + m_2)}{m_0(m_1 + m_2) + 4m_1 m_2} g = 0{,}16\, g = 1{,}6 \, \frac{м}{с^2} \; ;$$

$$a_1 = \frac{2m_0 m_2}{m_0(m_1 + m_2) + 4m_1 m_2} g = 0{,}19\, g = 1{,}9 \frac{м}{с^2} \; ;$$

$$a_2 = \frac{2m_0 m_1}{m_0(m_1 + m_2) + 4m_1 m_2} g = 0{,}13\, g = 1{,}3 \frac{м}{с^2} .$$

Зная ускорения всех грузов, найдем их скорости через время τ после начала движения системы

$$\upsilon_0 = a_0 \cdot \tau = 0{,}35 \frac{м}{с} = 35 \frac{см}{с} ;$$

$$\upsilon_1 = a_1 \cdot \tau = 0{,}42 \frac{м}{с} = 42 \frac{см}{с} ;$$

$$\upsilon_2 = a_2 \cdot \tau = 0{,}28 \frac{м}{с} = 28 \frac{см}{с} .$$

Для нахождения угловой скорости ω вращения блока 3 заметим, что поскольку веревка нерастяжима, то скорости движения υ_1 и υ_2 могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \upsilon_1 &= \upsilon_0 + \omega \cdot r \\ \upsilon_2 &= \upsilon_0 - \omega \cdot r \end{aligned}, \qquad (4)$$

где r — радиус блока. Из (4) находим

$$\omega = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2r} = 3{,}0 \, \frac{рад}{с} .$$

Задача 3.

Пусть в некоторый момент времени[1] τ длина отвердевшей части равна $x = v\tau$. За последующий малый промежуток времени Δt в ходе кристаллизации выделится количество теплоты

$$\Delta q = \lambda \rho a h \Delta x = \lambda \rho a h v \Delta t , \qquad (1)$$

где ρ - плотность вещества в грелке. Эта теплота пойдет на нагревание как жидкой, так и отвердевшей части содержимого грелки на Δt градусов. Поэтому это же количество теплоты можно выразить с помощью известных формул

$$\Delta q = \left(C_0 \rho a h (l - x) + C_0 (1 - \eta) \rho a h x \right) \Delta t . \qquad (2)$$

Обратите внимание, что суммарная теплоемкость грелки зависит от соотношения жидкой и отвердевшей части вещества, следовательно, и от времени. Из уравнения теплового баланса

$$\left(C_0 \rho a h (l - x) + C_0 (1 - \eta) \rho a h x \right) \Delta t = \rho a h v \Delta \tau \qquad (3)$$

следует, что скорость изменения температуры сложным образом зависит от времени (очевидно, что $x = v\tau$):

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{\lambda v}{C_0 (l - \eta v \tau)} . \qquad (4)$$

[1] Мы используем для обозначения времени символ τ, что бы не путать с температурой t.