$$T=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}a_0 \quad ;$$

$$a_0=\frac{m_0\,(m_1+m_2\,)}{m_0(\,m_1+m_2\,)+4\,m_1m_2}\,g=0{,}16\,g=1{,}6\,\frac{м}{с^2}\ ;$$

$$a_1=\frac{2\,m_0\,m_2}{m_0(\,m_1+m_2\,)+4\,m_1m_2}\,g=0{,}19\,g=1{,}9\,\frac{м}{с^2}\,;$$

$$a_2=\frac{2\,m_0\,m_1}{m_0(\,m_1+m_2\,)+4\,m_1m_2}\,g=0{,}13\,g=1{,}3\,\frac{м}{с^2}\,.$$

Зная ускорения всех грузов, найдем их скорости через время τ после начала движения системы

$$\upsilon_0=a_0\cdot\tau=0{,}35\frac{м}{с}=35\frac{см}{с}\,;$$

$$\upsilon_1=a_1\cdot\tau=0{,}42\frac{м}{с}=42\frac{см}{с}\,;$$

$$\upsilon_2=a_2\cdot\tau=0{,}28\frac{м}{с}=28\frac{см}{с}\,.$$

Для нахождения угловой скорости ω вращения блока 3 заметим, что поскольку веревка нерастяжима, то скорости движения υ_1 и υ_2 могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned}\upsilon_1&=\upsilon_0+\omega\cdot r\\ \upsilon_2&=\upsilon_0-\omega\cdot r\end{aligned}\,, \qquad (4)$$

где r — радиус блока. Из (4) находим

$$\omega=\frac{\upsilon_1-\upsilon_2}{2r}=3{,}0\ \frac{рад}{с}\,.$$

Задача 3.

Пусть в некоторый момент времени[1] τ длина отвердевшей части равна $x=v\tau$.
За последующий малый промежуток времени Δt в ходе кристаллизации выделится количество теплоты

$$\Delta q=\lambda\rho ah\Delta x=\lambda\rho ahv\Delta t\,, \qquad (1)$$

где ρ - плотность вещества в грелке. Эта теплота пойдет на нагревание как жидкой, так и отвердевшей части содержимого грелки на Δt градусов. Поэтому это же количество теплоты можно выразить с помощью известных формул

$$\Delta q=\left(C_0\rho ah(l-x)+C_0(1-\eta)\rho ahx\right)\Delta t\,. \qquad (2)$$

Обратите внимание, что суммарная теплоемкость грелки зависит от соотношения жидкой и отвердевшей части вещества, следовательно, и от времени. Из уравнения теплового баланса

$$\left(C_0\rho ah(l-x)+C_0(1-\eta)\rho ahx\right)\Delta t=\rho ahv\Delta\tau \qquad (3)$$

следует, что скорость изменения температуры сложным образом зависит от времени (очевидно, что $x=v\tau$):

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau}=\frac{\lambda v}{C_0\left(l-\eta v\tau\right)}\,. \qquad (4)$$

---

[1] Мы используем для обозначения времени символ τ, что бы не путать с температурой t.

Для упрощения последнего выражения воспользуемся приближенной формулой, приведенной в условии задачи,

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{\lambda v}{C_0\left(l - \eta v \tau\right)} = \frac{\lambda v}{C_0 l\left(1 - \dfrac{\eta v \tau}{l}\right)} \approx \frac{\lambda v}{C_0 l}\left(1 + \frac{\eta v \tau}{l}\right) = \frac{\lambda v}{C_0 l} + \frac{\lambda v^2 \eta}{C_0 l^2}\tau . \qquad (5)$$

Таким образом, скорость изменения температуры линейно зависит от времени. Эта зависимость полностью аналогична зависимости скорости движения при равноускоренном движении. Используя эту математическую аналогию, можем записать закон изменения температуры со временем

$$t = t_0 + \frac{\lambda v}{C_0 l}\tau + \frac{\lambda v^2 \eta}{C_0 l^2} \cdot \frac{\tau^2}{2} . \qquad (6)$$

Еще раз отметим, что нелинейная (квадратичная) зависимость температуры от времени связана с изменением теплоемкости системы.

Максимальная температура может быть определена из последнего выражения, полагая в нем $\tau = \dfrac{l}{v}$,

$$t_{max} = t_0 + \frac{\lambda}{C_0}\left(1 + \frac{\eta}{2}\right). \qquad (7)$$

Задача 4.

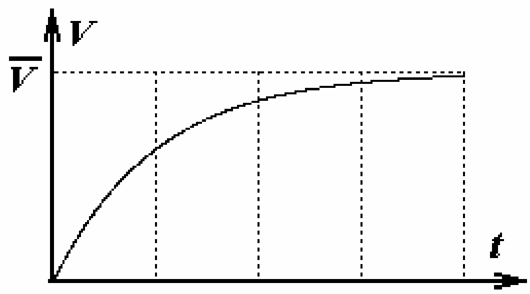
1. Уравнение второго закона Ньютона для движения в вязкой среде имеет в данном случае вид

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = F_0 - \beta_1 v . \qquad (1)$$

Из этого уравнения следует, что ускорение изменяется с течением времени, причем с ростом скорости ускорение уменьшается. При достижении равенства силы сопротивления и силы F_0, ускорение обращается в нуль. Следовательно, скорость установившегося движения $\bar{V}$ определяется соотношением

$$\bar{V} = \frac{F_0}{\beta_1} . \qquad (2)$$

Качественный вид зависимости скорости от времени показан на рисунке.



Для оценки времени достижения установившейся скорости, положим, что тело движется с постоянным ускорением (равным ускорению в начальный момент времени $a_0 = \dfrac{F_2}{m}$) до тех пор, пока скорость не достигнет значения (2):

$$\bar{t} = \frac{\bar{V}}{a_0} = \frac{m}{\beta_1} . \qquad (3)$$

Этот способ получения оценки проиллюстрирован на следующем рисунке.