С учетом очевидного равенства

$$\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_2 , \qquad (17)$$

найдем

$$\begin{gathered} \Delta\varphi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_1 - \varphi_2) \\ \Delta\varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_1 - \varphi_2) \end{gathered} . \qquad (18)$$

Подставляя выражения (13) в равенство (11) находим плотность электрического тока через пластину (сравни с (10))

$$j = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{1/\rho_1 \cdot 1/\rho_2}{1/\rho_1 + 1/\rho_2}(\varphi_1 - \varphi) . \qquad (19)$$

Согласно теореме Гаусса для поверхностной плотности заряда σ на границе раздела пластин имеем

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_1 - E_2 = j(\rho_1 - \rho_2) = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_1 - \varphi_2) . \qquad (20)$$

$$\sigma = \varepsilon_0 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (21)$$

График зависимости потенциала электрического поля внутри пластины от координаты x представляет собой два участка прямых с разными угловыми коэффициентами. Потенциал границы раздела рассчитывается по формуле

$$\varphi^* = \varphi_1 + \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_2 - \varphi_1) \qquad (22)$$

<u>Задание 2.</u> «Удвоение и падение»

Рассмотрим спицу с одним шариком в момент, когда она составляет некоторый угол α с вертикалью. Согласно закону сохранения механической энергии имеем

$$\frac{mV^2}{2} + mgl\cos\alpha = mgl\cos\alpha_0 , \qquad (1)$$

где l — длина спицы, m — масса шарика, V — его скорость в данный момент, α_0 — угол начального отклонения спицы. Из (1), учитывая, что $V = \omega l$ найдем угловую скорость ω_1 спицы в рассматриваемый момент времени

$$\omega_1 = \sqrt{2\frac{g}{l}(\cos\alpha_0 - \cos\alpha)} . \qquad (2)$$

Проводя аналогичные рассуждения для случая падения спицы с двумя шариками, получим

$$\frac{(ml^2+m\frac{l^2}{4})\omega_2^2}{2}=mg(l+\frac{l}{2})(\cos\alpha_0-\cos\alpha)\,. \tag{3}$$

Выражая из (3) значение угловой скорости ω_2, получим

$$\omega_2=\sqrt{2\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{g}{l}(\cos\alpha_0-\cos\alpha)}\,. \tag{4}$$

Как видим из (2) и (4) отношение угловых скоростей ω_2 к ω_1 остается постоянным при падении спицы

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=\sqrt{\frac{6}{5}}\,. \tag{5}$$

Это говорит о том, что так же будут соотноситься и средние угловые скорости падения спиц. Следовательно, времена падения будут связаны обратным соотношением

$$\frac{t_2}{t_1}=\sqrt{\frac{5}{6}} \quad\Rightarrow\quad t_2=t_1\sqrt{\frac{5}{6}}\,. \tag{6}$$

<u>Задание 3.</u> «Конденсатор»

Потенциал, создаваемый нижней пластиной в точке *A* не меняется, тогда как потенциал, создаваемый верхней пластиной при неизменной «геометрии» пропорционален σ_1

$$\varphi_1=\alpha\sigma_1=\alpha\gamma\sigma_0\,. \tag{1}$$

Поскольку при $\gamma=1$ заряды пластин одинаковы, то потенциалы, создаваемые ими в точке *A,* в этом случае также равны. Отсюда следует, что

$$\alpha=\frac{\varphi_0}{2\sigma_0}\,. \tag{2}$$

Поскольку потенциалы складываются алгебраически, то искомая зависимость линейна и имеет вид

$$\varphi(\gamma)=\frac{\varphi_0}{2}(1+\gamma)\,. \tag{3}$$

С напряженностями ситуация несколько «напряженнее». Поскольку при $\gamma=1$ результирующее поле не исчезло, то это говорит о том, что точка *A,* находится в зоне т.н. «краевых эффектов», где векторы напряженностей каждой из пластин имеют не только нормальные ($\vec{E}_\perp$), но и тангенциальные ($\vec{E}_{II}$) компоненты. Как и в первом пункте следует учесть, что напряженности полей пропорциональны плотностям зарядов, тогда выражения для соответствующих компонент напряженностей примут следующий вид

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{II}}(\gamma)&=\frac{E_2}{2}(1+\gamma)\\ E_\perp(\gamma)&=\frac{E_1}{2}(1-\gamma) \end{aligned}\,. \tag{4}$$