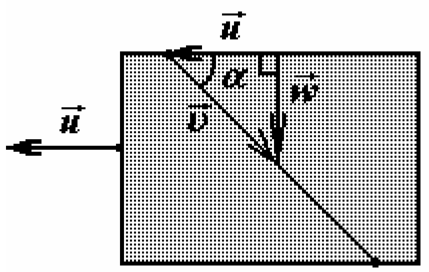
Поскольку скорость движения ножа относительно бруса (6) не может измениться по модулю (см. пункт а)), то из прямоугольного треугольника скоростей, соответствующего преобразованиям Галилея, найдем скорость w нормального движения ножа



$$w = \sqrt{\upsilon^2 - u^2} = 4{,}4\,\frac{\text{мм}}{\text{с}}. \qquad (8)$$

При таком способе «распилки» потребуется время

$$t_2 = \frac{a}{w} = 2{,}3 \cdot 10^2\ \text{с}. \qquad (9)$$

Угол α при вершине бруса в этом случае определяется опять же из векторного треугольника скоростей

$$\cos\alpha = \frac{u}{\upsilon} = 0{,}57 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 56° = 0{,}97\,\text{рад}. \qquad (10)$$

10 класс.

Задание 10.1

1. Из формулы закона Дарси следует, что размерность проницаемости – ***секунда.***

Пусть слой воды толщиной h движется горизонтально через песок под действием разности давлений ΔP. Так как вода движется равномерно, то сумма внешних сил, действующих на воду равна нулю. Следовательно, сила сопротивления действующая на воду со стороны песка, равна $f_c = \Delta PS$, где S площадь произвольно выделенной части движущегося слоя. Эту силу можно также выразить из приведенного закона Дарси $\Delta PS = \frac{hS}{\beta} q$. Наконец, поток жидкости можно выразить через ее скорость v: $q = \eta\rho v$. Итак, сила сопротивления, действующая на выделенную часть слоя, определяется формулой

$$f_c = \frac{\eta\rho}{\beta} Shv. \qquad (1)$$

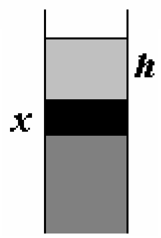
2. При вертикальном движении слоя жидкости в пористой среде сила тяжести уравновешивается силой сопротивления, поэтому

$$\eta\rho Shg = \frac{\eta\rho Sh}{\beta} v. \qquad (2)$$

Откуда следует, что скорость равномерного движения слоя воды равна

$$v = \beta g. \qquad (3)$$

3. Не смотря на то, что скорость движения воды будет изменяться, будем считать, что эти изменения малы. Поэтому в любой момент времени сумма сил, действующих на воду, будет равна нулю (используем традиционное квазистационарное приближение). Обозначим высоту слоя не впитавшейся воды h, а толщину намокшего песка x. Учитывая, что сила тяжести, действующая на всю воду, уравновешивается силой сопротивления, действующей только на слой воды, находящейся в песке, запишем выражения для равенства этих сил



$$\rho Sh_0 g = \frac{\eta\rho Sx}{\beta} v. \qquad (4)$$

Так как $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, то из уравнения (4) следует

$$x=\sqrt{\frac{2h_0\beta g}{\eta}t}\,. \qquad (5)$$

Запишем условие сохранения количества воды

$$\rho h+\eta\rho x=\rho h_0\,, \qquad (6)$$

которое позволяет найти искомую зависимость толщины слоя не впитавшейся воды от времени

$$h=h_0-\sqrt{2h_0\beta g\eta t}\,. \qquad (7)$$

Полагая $h=0$, найдем время впитывания

$$T=\frac{h_0}{2\beta\eta g}, \qquad (8)$$

3. Так как скорость движения жидкости внутри песка не зависит от его толщины, то после полного впитывания верхняя граница «мокрого» слоя будет постоянна и определяться формулой (3). Следовательно, вся вода пройдет через слой песка за время

$$T=\frac{h_0}{2\beta\eta g}+\frac{h_1}{\beta g}\,. \qquad (9)$$

Задание 10.2

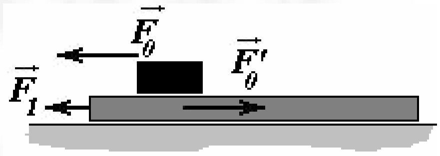
Будем рассматривать движение по этапам. Все кинематические характеристики, относящиеся к ящику, будем нумеровать индексом 0, а, относящиеся к салазкам – индексом 1, координатами салазок будем считать координату их задней части.

1. Разгон ящика описывается хорошо известными уравнениями:

$$\begin{cases} v_0=a_0t \\ x_0=\dfrac{a_0t^2}{2} \end{cases}. \qquad (1)$$

Этот разгон закончится в момент времени $t_1=\sqrt{\dfrac{2l_0}{a_0}}\approx 2{,}00c$, ящик будет иметь скорость $v_{01}=\sqrt{2a_0l_0}\approx 6{,}00\dfrac{м}{c}$.

2. Разгон салазок. После того, как ящик окажется на салазках, начнется их разгон под действием силы трения со стороны ящика. Рассмотрев действующие силы трения между ящиком и салазками $F_0=F_0'=\mu_0m_0g$;
между салазками и льдом $F_1=\mu_1(m_0+m_1)g$,
определим ускорения салазок и ящика



$$a_{01}=-\mu_0g\approx-3{,}0\frac{м}{c^2}, \qquad a_{11}=\frac{\mu_0m_0-\mu_1(m_0+m_1)}{m_1}g\approx 5{,}4\frac{м}{c^2}\,.$$

Зависимости скоростей и координат движущихся тел определяются уравнениями (для сокращения записей сместим начало отсчета времени)

$$\begin{cases} v_0=v_{01}+a_{01}t \\ v_1=a_{11}t \end{cases}, \qquad \begin{cases} x_0=l_0+v_{01}t+\dfrac{a_{01}t^2}{2} \\ x_1=l_0+\dfrac{a_{11}t^2}{2} \end{cases}. \qquad (2)$$

Далее следует заметить, что такое движение будет происходить пока скорости салазок и ящика не сравняются, Это произойдет через время $t_2=\dfrac{v_{01}}{a_{11}+|a_{01}|}\approx 0{,}714c$.