$$x''(t)+\omega_0^2\,x(t)=0\text{, где }\omega_0=\sqrt{\frac{q^2}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 mR^3}}=\frac{q}{2R}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}\pi\,\varepsilon_0 mR}}. \qquad (5)$$

Соответственно период данных колебаний

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{4\pi R}{q}\sqrt{2\sqrt{2}\pi\,\varepsilon_0 mR}. \qquad (6)$$

Задание 10.4

а) Рассмотрим процесс возникновения магнитного поля при вращении цилиндров.

Индукция B однородного магнитного поля внутри достаточно длинного соленоида с однослойной плотностью намотки $n=\frac{N}{l}$ и силой тока I может быть найдена по формуле

$$B=\mu_0 i=\{i=\frac{I_\Sigma}{l}=\frac{IN}{l}=In\}=\mu_0 In. \qquad (1)$$

Подчеркнем, что вне бесконечного соленоида поля нет. В реальном случае магнитное поле выходит через торцы соленоида (область т.н. «краевых эффектов»), следовательно, оно отлично от нуля и вне соленоида. Поскольку цилиндры, согласно условию, достаточно длинные, то указанными эффектами пренебрежем.

В рассматриваемом случае ток, в буквальном смысле слова, через цилиндры не течет, однако его заменяет направленное движение статических зарядов на поверхностях цилиндров при вращении. За один оборот весь заряд $q=\sigma 2\pi Rl$ цилиндра пройдет через некоторое фиксированное поперечное сечение его боковой поверхности длиной l. Следовательно, сила тока, «протекающего» по поверхности цилиндра радиуса R при его вращении с угловой скоростью ω

$$I=\frac{q}{t}=\frac{\sigma 2\pi Rl}{2\pi/\omega}=\sigma\omega Rl. \qquad (2)$$

Соответственно для линейной плотности тока в этом случае получаем выражение

$$i=\frac{I}{l}=\sigma\omega R. \qquad (3)$$

С помощью (1) - (3) и найдем индукцию B однородного магнитного поля внутри достаточно длинного вращающегося цилиндра

$$B=\mu_0\sigma\omega R. \qquad (4)$$

Направление вектора $\vec{B}$ магнитной индукции внутри цилиндра можно найти при помощи правила буравчика. При этом следует направление тока заменить направлением вращения цилиндра (при положительной плотности поверхностного заряда σ.

Таким образом, при вращении цилиндров в одном направлении, искомая зависимость имеет вид

$$B(r)=\begin{cases}\mu_0(\sigma_1\omega_1 R_1+\sigma_2\omega_2 R_2) & при\ \ r<R_1\\ \mu_0\sigma_2\omega_2 R_2 & при\ \ R_1<r<R_2\\ 0 & при\ \ r>R_2\end{cases}. \qquad (5)$$

При вращении цилиндров в различных направлениях в представленной зависимости, в соответствие с правилом буравчика следует взять знак «-».

б) Для вычисления давления, создаваемого магнитным полем вращающегося цилиндра на его же боковую поверхность цилиндра следует учесть, что на выделенный элемент с током ΔS_i боковой поверхности цилиндра не может действовать магнитное поле, создаваемое им самим. Из принципа суперпозиции магнитных полей следует (покажите это самостоятельно), что корректный учет этого замечания приводит к уменьшению индукции «действующего» поля самого цилиндра ровно в два раза. Таким образом, при вычислении давления следует заменить стандартное значение индукции поля рассматриваемого $i-го$ цилиндра (1) на новое «эффективное» значение

$$B_i^* = \frac{\mu_0 \sigma_i \omega_i R_i}{2}. \qquad (6)$$

Для уединенного цилиндра сила Ампера, действующая на рассматриваемый элемент $\Delta S_i = \Delta l_i \times \Delta l_j$ перпендикулярно его поверхности

$$F_A = I_\Sigma B^* \Delta l_i = \{I_\Sigma = i\Delta l_j = \sigma\omega R \Delta l_j\} = \sigma\omega R \Delta l_j B^* \Delta l_i = \mu_0 \frac{\sigma^2 \omega^2 R^2 \Delta l_j \Delta l_i}{2}, \qquad (7)$$

создает давление

$$p = \frac{F_A}{\Delta S_i} = \mu_0 \frac{\sigma^2 \omega^2 R^2}{2}. \qquad (8)$$

В нашем случае внешний цилиндр радиуса R_2 будет испытывать давление только со стороны «внутреннего» поля

$$p_2 = \mu_0 \frac{\sigma_2^2 \omega_2^2 R_2^2}{2}. \qquad (9)$$

Внутренний цилиндр радиуса R_1, соответственно, будет находиться под давлением

$$p_1 = \mu_0 \sigma_1 \omega_1 R_1 \left(\frac{\sigma_1 \omega_1 R_1}{2} + \sigma_2 \omega_2 R_2\right). \qquad (10)$$

Подчеркнем, что в случае вращения цилиндров в различных направлениях в выражениях (9) – (10) следует использовать знак «-».

11 класс.

Задание 11.1

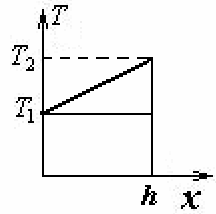
1. В стационарном режиме плотность теплового потока остается постоянной во всех точках внутри пластины

$$q = -\beta \frac{\Delta T}{\Delta x} = const. \qquad (1)$$

Из этого условия следует, что температура внутри пластины изменяется по линейному закону. Учитывая значения температур на противоположных сторонах пластины, можно записать

$$T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{h} x. \qquad (2)$$

2. Пусть для определенности $T_2 > T_1$. Тогда до установления стационарного режима пластинка площади S должна поглотить количество теплоты



$$Q = c_1 \rho_1 S h \frac{(T_2 - T_1)}{2}. \qquad (3)$$

Для получения оценки характерного времени установления теплового равновесия примем, что тепловой поток от более нагретой стороны пластины равен потоку в стационарном режиме, тогда за время τ пластинка получит количество теплоты, равное

$$Q = \beta_1 S \frac{T_2 - T_1}{h} \tau. \qquad (4)$$