Решения задач (10 класс)

Задача 1. «Транспортер»

1.1 После контакта детали с направляющей на деталь в горизонтальной плоскости будут действовать две силы трения: $\vec{F}_{тр1}$ (со стороны ленты транспортера) и $\vec{F}_{тр2}$ (со стороны направляющей), а также сила реакции $\vec{N}$ со стороны направляющей.

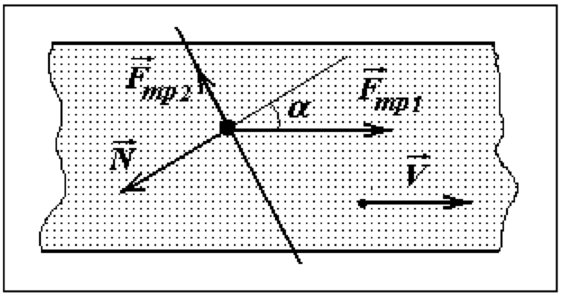

Рис.1

Будем считать, что движение деталей носит поступательный характер, т.е. они не вращаются при трении о направляющую.

Для снятия (соскальзывания) детали с транспортера необходимо, чтобы проекция силы трения $F_{тр1} = \mu_1 mg$ на направляющую была больше силы трения $F_{тр2} = \mu_2 N$ о направляющую (рис. 1):

$$\mu_1 mg \sin\alpha > \mu_2 N .$$

С учетом того, что сила реакции

$$N = \mu_1 mg \cos\alpha ,$$

получаем

$$tg\,\alpha \geq \mu_2$$

Соответственно, для минимального угла α_{min} выбираем случай равенства

$$tg\,\alpha_{min} = \mu_2 . \qquad (1)$$

Обратите внимание, что (1) не зависит от значения коэффициента трения μ_1, главное — чтобы он был отличен от нуля, иначе детали не смогут двигаться по транспортеру.

1.2 Таким образом, при выполнении условия $\alpha > \alpha_{min}$ детали будут скользить вдоль направляющей. Заметим, что по мере роста скорости $\vec{u}$ движения деталей вдоль направляющей вектор $\vec{w}$ скорости их проскальзывания относительно транспортера будет поворачиваться, «прижимаясь» к нормали AD. Вследствие этого будет поворачиваться и вектор силы трения $\vec{F}_{тр1}$ из начального положения «вдоль транспортера» до установившегося положения, при котором он будет составлять некоторый угол β с нормалью AD к направляющей (рис.2). Следовательно, в установившемся режиме

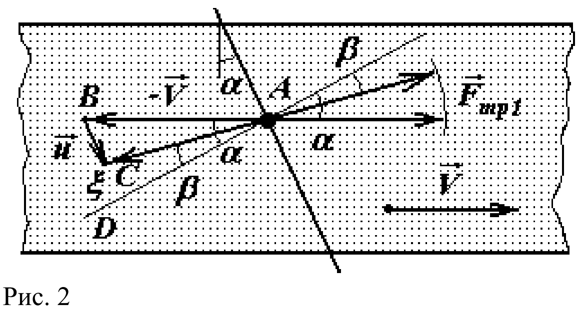

Рис. 2

$$F_{тр1} \sin\beta = \mu_2 N = \mu_2 F_{тр1} \cos\beta \;\; \Rightarrow \;\; tg\,\beta = \mu_2 . \qquad (2)$$

С другой стороны из треугольника скоростей ABC (см. рис. 2) по теореме синусов имеем

$$\frac{u}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{V}{\sin\xi} , \qquad (3)$$

где $\xi = \dfrac{\pi}{2} + \beta$.

Выделяя из (3) $tg\,\beta$ с учетом (2) получаем

$$tg\beta = \frac{V\sin\alpha - u}{V\cos\alpha} = \mu_2 .$$

Окончательно для установившейся скорости u поступательного движения деталей вдоль направляющей получаем

$$u = V(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha) . \quad (4)$$

Как видим из (4) выражение имеет смысл только при выполнении условия

$$tg\,\alpha \ge \mu_2 ,$$

в противном случае после упора в направляющую детали будут покоиться, т.е. $u = 0$.

Задача 2. «Кипение»

2.1 Рассмотрим пузырек пара радиуса r (рис. 3), образовавшийся внутри кипящей жидкости. Пузырек увеличивает свой радиус вследствие испарения жидкости внутрь его.

Согласно условию за время Δt с поверхности жидкости S (поверхности пузырька) испарится объем воды ΔV:

$$\Delta V = NDS\Delta t , \quad (1)$$

где D — «эффективный диаметр» молекулы воды. Соответственно, объем пузырька также должен увеличиться на ΔV. С другой стороны ΔV можно представить как объем тонкой сферы радиусом r и толщиной Δr (см. рис.3):

$$\Delta V = S\Delta r = 4\pi r^2 \Delta r . \quad (2)$$

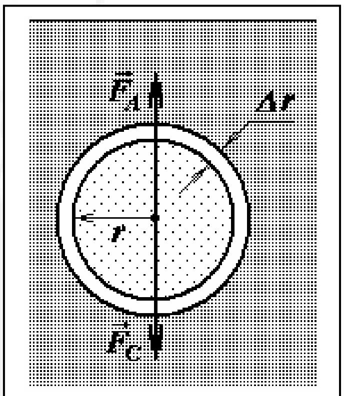

Рис. 3

Из (1) и (2) находим приращение радиуса пузырька пара Δr за время Δt

$$\Delta r = ND\Delta t = \{\beta = ND\} = \beta \Delta t . \quad (3)$$

Как следует из (3), приращение радиуса Δr пузырька пара за время Δt не зависит от его радиуса r, т.е. радиус пузырька равномерно увеличивается со временем

$$r = \beta \cdot t . \quad (4)$$

2.2 Поскольку плотность пара гораздо меньше плотности воды, то силой тяжести пузырька пара по сравнению с действующей на него силой Архимеда можно пренебречь.

Скорость пузырька υ будет расти до тех пор, пока сила Архимеда не уравновесится силой сопротивления со стороны воды (см. рис.3)

$$F_A = F_C ,$$

$$\rho_0 g \frac{4}{3}\pi r^3 = C_x \frac{1}{2}\rho_0 \upsilon^2 \pi r^2 ,$$

$$\upsilon^2 = \frac{8}{3}\cdot\frac{g}{C_x} r = \{(4)\} = \frac{8}{3}\cdot\frac{g}{C_x}\cdot\beta t = \left\{\gamma = \frac{8}{3}\cdot\frac{g}{C_x}\cdot\beta\right\} = \gamma \cdot t .$$

Подобные приближения, при которых считается, что в каждый момент времени система находится в равновесном (стационарном) состоянии, называются *квазистационарными* (или как модно говорить сегодня «как бы» стационарными). Соответственно в нашем случае

$$\upsilon(t) = \sqrt{\gamma t} . \quad (5)$$

График зависимости (5) представлен на рисунке.