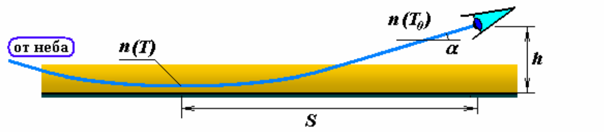
2.1 Воздух над дорогой под действием солнечных лучей разогревается, поэтому его показатель преломления меньше, чем в более высоких и холодных слоях. Лучи, идущие от неба, могут испытывать полное отражение от разогретого слоя, что воспринимается как появление на асфальте «луж». Для описания их положения относительно наблюдателя следует рассмотреть условия полного отражения.



Из закона преломления следует условие полного отражения

$$n(T_0)\cos\alpha = n(T) \qquad (2.1)$$

Учитывая малость угла α (или, что равносильно $h << S$), можно положить

$$\cos\alpha = \frac{S}{\sqrt{S^2+h^2}} = \left(1+\frac{h^2}{S^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1-\frac{h^2}{2S^2}.$$

Далее преобразуем выражение для отношения показателей преломления (при разложении будем учитывать, что отклонение показателя преломления от единицы мало $\frac{a}{T} << 1$, а разность температур сравнима со средней температурой воздуха) –

$$\frac{n(T)}{n(T_0)} = \frac{n(T_0+\Delta T)}{n(T_0)} = \frac{1+\dfrac{a}{T_0+\Delta T}}{1+\dfrac{a}{T_0}} \approx 1+\frac{a}{T_0+\Delta T}-\frac{a}{T_0} = 1-\frac{a\Delta T}{T_0(T_0+\Delta T)}.$$

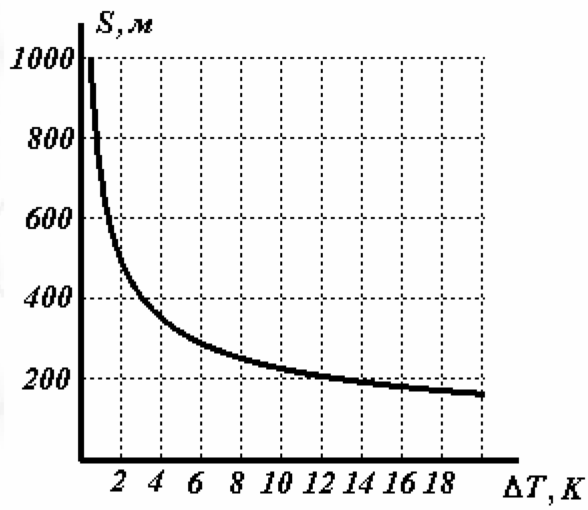
Подставляя эти выражения в уравнение (2.1),

$$\frac{a\Delta T}{T_0(T_0+\Delta T)} = \frac{h^2}{2S^2}$$

получим искомую зависимость

$$S = h\sqrt{\frac{T_0(T_0+\Delta T)}{2a\Delta T}}$$

График этой зависимости показан на рисунке.



2.2 Так как предмет (нить) находится на расстоянии $2F$ от линзы, то и экран следует расположить на расстоянии $b = 2F = 40см$ за линзой.

2.3 Согласно известной задаче о кажущейся глубине водоема, изображение нити после преломления на задней грани бруска находится на расстоянии

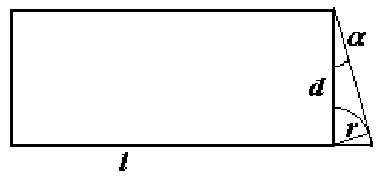
$l' = \frac{l}{n}$ от нее. Следовательно, это изображение находится на расстоянии

$$a' = a - l + l' = a - l\frac{n-1}{n} \approx 33{,}3см$$

от линзы. Используя формулу линзы, получим расстояние b', на котором следует расположить экран

$$b' = \left(\frac{1}{F}-\frac{1}{a'}\right)^{-1} \approx 50см.$$

2.4 Для расчета преломления в данном случае можно воспользоваться принципом Гюйгенса. Вблизи верхней грани бруска световая волна достигнет крайней точки за время



$$t_1 = \frac{n_1 l}{c} = \frac{(n_0 + \delta n)l}{c},$$

а вблизи нижней за время $t_0 = \frac{n_0 l}{c}$.

За разность этих времен за задней гранью, свет, испущенный в нижней точке, пройдет путь $r = c(t_1 - t_0) = \delta n l$. Следовательно, фронт волны (и перпендикулярные ему лучи повернутся на малый угол $\alpha \approx \frac{\delta n l}{d} = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$. Соответственно, изображение на экране сместится вверх на величину $\delta z = \alpha \cdot F = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\, см$.

Задача 3. «Что Вы знаете о Солнце?»

3.1 По закону Стефана-Больцмана за время Δt Солнце излучает в пространство тепловую энергию

$$W = \sigma T^4 \cdot S \cdot \Delta t = \sigma T^4\, 4\pi R^2 \Delta t, \qquad (1)$$

где R — радиус Солнца, T — абсолютная температура его поверхности. Распространяясь без потерь в космическом пространстве, эта энергия достигает Земли, «обеспечивая» нас светом и теплом. Выразим W через солнечную постоянную γ. Согласно закону сохранения энергии за промежуток времени Δt через воображаемую сферу радиусом L, в центре которой находится Солнце, должна пройти та же энергия

$$W = \gamma\, 4\pi L^2 \Delta t. \qquad (2)$$

Из (1) – (2) находим искомую абсолютную температуру T поверхности Солнца

$$T^4 = \frac{\gamma L^2}{\sigma R^2} \;\Rightarrow\; T = \sqrt[4]{\frac{\gamma}{\sigma} \cdot \frac{L^2}{R^2}}. \qquad (3)$$

Поскольку радиус Солнца R нам не известен, то выразим его через видимый угловой диаметр α Звезды

$$D = 2R = L \cdot \alpha \;\Rightarrow\; R = \frac{L \cdot \alpha}{2}. \qquad (4)$$

С помощью (3) – (4) находим

$$T = \sqrt[4]{\frac{4\gamma}{\sigma \alpha^2}} = 5{,}8 \cdot 10^3\, K. \qquad (5)$$

Подчеркнем, что для расчета в (5) следует подставлять угловой диаметр звезды, выраженный в радианах

$$\alpha\,(рад) = \alpha^\circ \frac{\pi}{180^\circ}.$$

3.2 Вследствие непрерывного излучения энергии Солнце, согласно формуле Эйнштейна, «худеет», уменьшая свою массу. За промежуток времени Δt в термоядерной «солнечной печи» сгорает порция топлива Δm

$$E = W = \gamma\, 4\pi L^2 \Delta t = \Delta m c^2.$$

Соответственно доля $\eta = \frac{\Delta m}{m} = 10\,\%$ солнечной массы выгорит за время t, удовлетворяющее условию