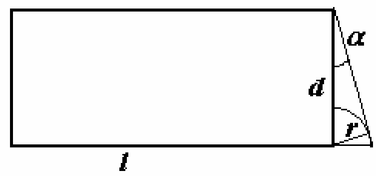
2.4 Для расчета преломления в данном случае можно воспользоваться принципом Гюйгенса. Вблизи верхней грани бруска световая волна достигнет крайней точки за время



$$t_1 = \frac{n_1 l}{c} = \frac{(n_0 + \delta n)l}{c},$$

а вблизи нижней за время $t_0 = \dfrac{n_0 l}{c}$.

За разность этих времен за задней гранью, свет, испущенный в нижней точке, пройдет путь $r = c(t_1 - t_0) = \delta n l$. Следовательно, фронт волны (и перпендикулярные ему лучи повернутся на малый угол $\alpha \approx \dfrac{\delta n l}{d} = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$. Соответственно, изображение на экране сместится вверх на величину $\delta z = \alpha \cdot F = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\, см$.

Задача 3. «Что Вы знаете о Солнце?»

3.1 По закону Стефана-Больцмана за время Δt Солнце излучает в пространство тепловую энергию

$$W = \sigma T^4 \cdot S \cdot \Delta t = \sigma T^4 4\pi R^2 \Delta t, \tag{1}$$

где R — радиус Солнца, T — абсолютная температура его поверхности. Распространяясь без потерь в космическом пространстве, эта энергия достигает Земли, «обеспечивая» нас светом и теплом. Выразим W через солнечную постоянную γ. Согласно закону сохранения энергии за промежуток времени Δt через воображаемую сферу радиусом L, в центре которой находится Солнце, должна пройти та же энергия

$$W = \gamma 4\pi L^2 \Delta t. \tag{2}$$

Из (1) – (2) находим искомую абсолютную температуру T поверхности Солнца

$$T^4 = \frac{\gamma L^2}{\sigma R^2} \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{\gamma}{\sigma} \cdot \frac{L^2}{R^2}}. \tag{3}$$

Поскольку радиус Солнца R нам не известен, то выразим его через видимый угловой диаметр α Звезды

$$D = 2R = L \cdot \alpha \Rightarrow R = \frac{L \cdot \alpha}{2}. \tag{4}$$

С помощью (3) – (4) находим

$$T = \sqrt[4]{\frac{4\gamma}{\sigma \alpha^2}} = 5{,}8 \cdot 10^3\, K. \tag{5}$$

Подчеркнем, что для расчета в (5) следует подставлять угловой диаметр звезды, выраженный в радианах

$$\alpha\,(рад) = \alpha^\circ \frac{\pi}{180^\circ}.$$

3.2 Вследствие непрерывного излучения энергии Солнце, согласно формуле Эйнштейна, «худеет», уменьшая свою массу. За промежуток времени Δt в термоядерной «солнечной печи» сгорает порция топлива Δm

$$E = W = \gamma 4\pi L^2 \Delta t = \Delta m c^2.$$

Соответственно доля $\eta = \dfrac{\Delta m}{m} = 10\,\%$ солнечной массы выгорит за время t, удовлетворяющее условию

$$\gamma 4\pi L^2 t = \eta m c^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\eta m c^2}{4\pi\gamma L^2}. \tag{6}$$

Однако производить расчет с помощью (6) мы не можем, так как в условии не указана масса Солнца. Выразим ее, рассматривая II-ой закон Ньютона (основной закон динамики) для движения Земли вокруг Солнца

$$m_з \omega^2 L = G\frac{m_з m}{L^2} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\omega^2 L^3}{G} = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{L^3}{G}. \tag{7}$$

С учетом (7) выражение (6) примет вид

$$t = \frac{\eta\, c^2}{4\pi\gamma L^2}\cdot\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{L^3}{G} = \frac{\pi\eta L c^2}{\gamma G T^2}, \tag{8}$$

где $T = 3{,}15\cdot 10^7\, c$ — период обращения Земли вокруг Солнца. Расчет по формуле (8) дает

$$t = 4{,}6\cdot 10^{19}\, c.$$

Сравнивая полученный результат с возрастом Вселенной ($t^* \approx 4{,}5\, млрд\, лет = 1{,}4\cdot 10^{17}\, c$) видим, что проблема «похудания» Солнца не представляется столь острой — в рамках многих «земных» задач его массу с неплохой точностью можно считать постоянной.

3.3 Для оценки эффективной толщины h солнечной атмосферы воспользуемся барометрической формулой

$$p\,(h) = p_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT}). \tag{1}$$

Общепринятым считается следующий подход — за границу атмосферы принимается высота, на которой давление уменьшается в $e = 2{,}718281...$ (e — основание натуральных логарифмов) раз.

С учетом (1) получаем

$$p\,(h) = \frac{p_0}{e} = p_0\cdot e^{-1} = p_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT}) \quad \Rightarrow \quad h = \frac{RT}{M g}, \tag{2}$$

где $M = 1{,}0\cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$ — молярная масса атомарного (диссоциировавшего) водорода, $g = G\frac{m}{R^2} = 270\frac{м}{c^2}$ — ускорение свободного падения на поверхности Солнца.

Расчет дает

$$h = 1{,}8\cdot 10^5\, м = 180\, км.$$

Как видим при такой большой температуре поверхности Солнца эффективная высота атмосферы оказалась даже меньше земной ($h \approx 300\, км$), что можно понять, принимая во внимание величину силы всемирного тяготения на поверхности нашего светила.