III этап, 2005г. Решения задач.

9 класс.

1. «Лебедка»

Обозначим время подъема одной бочки по наклонной плоскости t_0. Тогда лебедка совершит за это время работу $A = \eta P_0 t_0$, равную изменения потенциальной энергии бочки $\Delta U = mgh$, т.е.

$$\eta P_0 t_0 = mgh. \qquad (1)$$

При перемещении бочки на расстояние L, лебедка должна намотать на вал трос длиной $2L$, поэтому

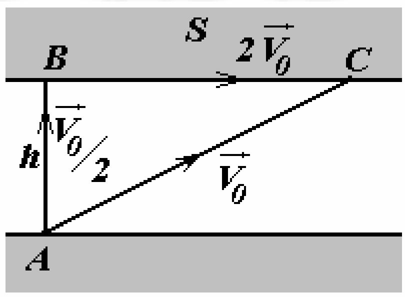
$$2\pi r n t_0 = 2L. \qquad (2)$$

Из этих уравнений находим

$$t_0 = \frac{mgh}{\eta P_0}, \qquad (3)$$

$$n = \frac{\eta P_0 L}{\pi r m g h}. \qquad (4)$$

2 «Триатлон»



Обозначим скорость «байдарочника» v_0. Тогда скорость «пловца» равна $\frac{v_0}{2}$, а скорость бегуна $2v_0$.

Отношения времен движения спортсменов находится достаточно просто

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{\sqrt{h^2+S^2}}{v_0}}{\frac{2h}{v_0} + \frac{S}{2v_0}} = \frac{2\sqrt{h^2+S^2}}{4h+S}. \qquad (1)$$

При $h = S$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2\sqrt{h^2+S^2}}{4h+S} = \frac{2\sqrt{2}}{5} \approx 0{,}566, \qquad (2)$$

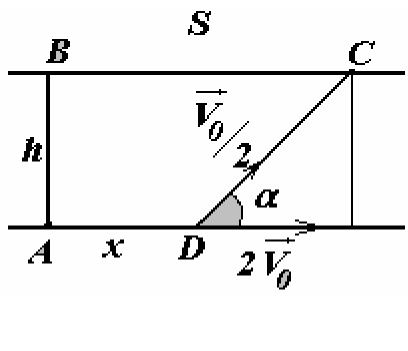
то есть «байдарочник» побеждает.

Спортсмены придут к финишу одновременно при выполнении условия

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2\sqrt{h^2+S^2}}{4h+S} = 1. \qquad (3)$$

Решая это уравнение, находим

$$S = \frac{4h + \sqrt{16h^2 + 36h^2}}{3} = h\frac{4 + 2\sqrt{13}}{3} \approx 374\textit{м}. \qquad (4)$$



Чтобы время движения второго спортсмена было минимально, он может выбрать другой «маршрут»: пусть он сначала бежит по берегу по отрезку AD, а затем вплавь по отрезку DB. Чтобы «выбрать оптимальную точку D, воспользуемся следующими рассуждениями: при движении по берегу, скорость его приближения к точке финиша равна