Гродно, 2005г. (Решения)

Задание 1. «Сосуд Мюнхгаузена»

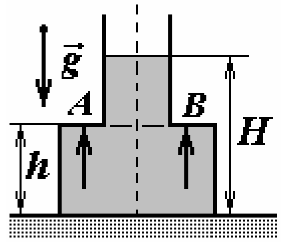

Рис. 20

Давление $p_{AB} = \rho g(H-h)$ столба жидкости на уровне AB (рис. 20) в сосуде согласно закону Паскаля передается по всем направлениям без изменений. Следовательно, сила давления $\vec{F}_Д$ жидкости на горизонтальные части A и B сосуда Мюнхгаузена площадью $S = \pi(R^2 - r^2)$ направлена вверх и равна

$$F_Д = \pi \rho g(H-h)(R^2 - r^2). \qquad (1)$$

Поскольку при такой высоте H жидкость приподнимает сосуд, то справедливо равенство

$$mg = \pi \rho g(H-h)(R^2 - r^2). \qquad (2)$$

Из (2) получаем

$$m = \pi \rho (H-h)(R^2 - r^2). \qquad (3)$$

Расчет дает

$$\boxed{m = 1{,}6\,\text{кг}}. \qquad (4)$$

Задание 2. «Дробь Мюнхгаузена»

2.1 Поскольку силой сопротивления воздуха можно пренебречь, то дробинка будет свободно падать с башни высотой h с ускорением свободного падения g без начальной скорости. Для этого ей потребуется время

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (1)$$

Поскольку температура свинца во время кристаллизации остается постоянной, то при радиусе дробинки r за время полета (см. подсказку) она отдаст в окружающее пространство количество теплоты

$$Q = \alpha(T - T_0)St = \alpha(T - T_0)4\pi r^2 t, \qquad (2)$$

где T — температура плавления свинца, T_0 — температура окружающей среды. С другой стороны это количество теплоты может быть найдено из условия полной кристаллизации свинца за время полета

$$Q = m\lambda = \rho V \lambda = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \lambda, \qquad (3)$$

где ρ и λ — соответственно плотность и удельная теплота кристаллизации (плавления) свинца.

Приравнивая выражения (2) и (3), с учетом (1) найдем

$$h = \frac{g}{18}\left(\frac{\rho\lambda}{\alpha(T - T_0)}\right)^2 r^2. \qquad (4)$$

Повторяя подобные рассуждения для «крупной» дроби, получим

$$H = \frac{g}{18}\left(\frac{\rho\lambda}{\alpha(T - T_0)}\right)^2 R^2. \qquad (5)$$

Разделив (5) на (4), окончательно найдем