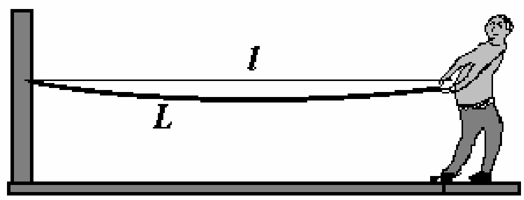
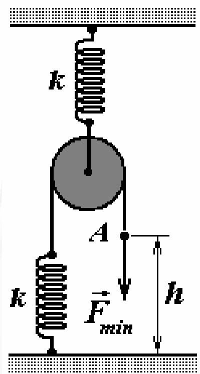
Задание 10. 1. «Разминка»

Задача 1.1

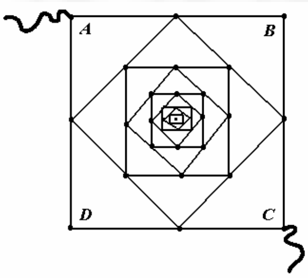


Человек удерживает длинную гибкую цепь массой $m=5{,}0 кг$ и длиной $L=5{,}0 м$, второй конец которой привязан к стене дома. Концы цепи находятся на одном уровне, расстояние между ними равно $l=0{,}90L$. Оцените силу, которую человек должен прикладывать к цепи, чтобы удерживать ее в покое. Оцените также минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы полностью выпрямить цепь в горизонтальную прямую.

Задача 1.2



Через легкий блок, подвешенный на пружине жесткостью $k=0{,}50\frac{\text{кН}}{\text{м}}$, перекинута невесомая нить, прикрепленная при помощи такой же пружины к земле. Конец A нити находится на высоте $h=10\,\text{см}$ от земли. Какой минимальной силой $\vec{F}_{\min}$, приложенной к концу A веревки, можно притянуть ее к земле?



Задача 1.3 «Сопротивление фрактала»

Найдите сопротивление R_{AC} бесконечной цепочки квадратов, вложенных друг в друга, если каждый следующий квадрат соединяет середины сторон предыдущего. Все квадраты изготовлены из однородной достаточно тонкой проволоки. Сопротивление стороны наибольшего квадрата $R_{AB}=1{,}5$ Ом.

Задание 10.2. «Прыгнем на Луну?»

Часто простейшие модели позволяют достаточно эффективно описывать сложные механические системы. Например, при прыжке человек приседает, слегка нагнувшись, затем толкается ногами, распрямляет корпус и, собственно, … взлетает! Попробуем описать этот процесс с помощью «гантельной» модели человека с нежесткой связью.

Представим человека в виде упрощенной механической модели, состоящей из двух одинаковых грузов некоторой массы, расстояние между которыми может регулироваться человеком сознательно по требуемому закону (Рис. 1). В рамках этой модели прыжок человека вверх описывается следующим образом: верхний груз опускают на расстояние $h=30\,\text{см}$ (человек приседает). Затем «включаются» «мышцы ног», развивающие постоянную вертикальную силу $F=\eta\cdot mg$, где η — некоторый постоянный безразмерный «коэффициент перегрузки», действующую между грузами. По достижении верхним грузом исходного положения работа мышц прекращается, и расстояние между грузами при дальнейшем движении остается неизменным. Для расчета примите, что $\eta=7{,}0$.

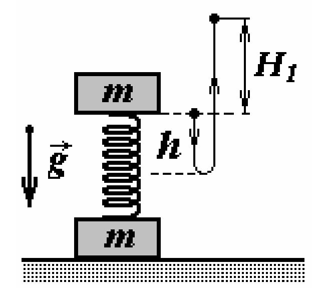


Рис. 1

2.1 Вычислите максимальную высоту H_1, на которую поднимется нижний груз при подобном прыжке. Чему равно время t_1 отталкивания от плоскости? Вычислите КПД K прыжка в рамках данной модели.

2.2 Предположим, что человек помещен на массивную горизонтальную платформу, совершающую гармонические колебания с амплитудой $A = 20\,\text{см}$ и частотой $\nu = 1{,}0\,\text{Гц}$ (Рис. 2). Человек может подпрыгнуть в произвольной точке траектории, причем можно считать, что параметры прыжка будут аналогичны параметрам в пункте **2.1** задачи. На какую максимальную высоту H_2 может подпрыгнуть человек с массивной платформы?

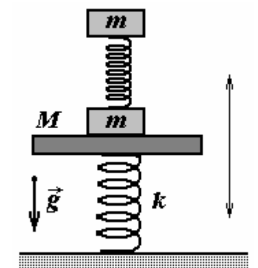


Рис. 2

2.3 В рамках данной модели рассмотрим раскачивание человека на качелях длиной L методом «сел-встал» (рис. 3). Суть метода проста: в одних нужных точках траектории нужно вставать, а в других — садится, причем в процессе движения человек от качелей не отрывается. Будем считать, что при вставании человека масса m приближается к оси вращения на расстояние $h = 0{,}10\ L\ \left(h << L\right)$, а при приседании она возвращается обратно. Предположим качели отклонили на угол $\alpha_0 = 10°$ и отпустили. На какой максимальный угол α могут отклониться качели за один период колебаний?

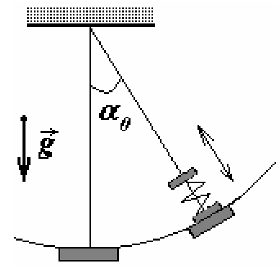


Рис. 3

2.4 При тренировке космонавты крутят «солнышко», делая полный оборот в вертикальной плоскости на качелях длиной L. В нижней точке траектории угловая скорость вращения космонавта ω_0. Методом «сел-встал», описанным в предыдущем пункте задачи, космонавт может изменить угловую скорость ω вращения качелей за один оборот. Причем это нужно делать циклически, возвращаясь в исходное положение в нижней точке траектории. На какую величину $\Delta\omega$ космонавт может увеличить угловую скорость вращения в нижней точке траектории методом «сел-встал» за один оборот качелей? Время вставания и приседания считайте достаточно малым.

<u>Примечание:</u> при вращательном движении в отсутствие моментов внешних сил справедлив закон сохранения момента импульса: произведение импульса $\vec{p}$ материальной точки на расстояние до оси вращения $\vec{r}$ есть величина постоянная

$$m_1 \upsilon_1 r_1 = m_2 \upsilon_2 r_2 \qquad \Leftrightarrow \qquad m_1 \omega_1 r_1^2 = m_2 \omega_2 r_2^2 .$$