реализуется только в том случае, когда $21' \perp O1'$. Максимальный угол легко находится из треугольника $21'O$:

$$\sin\alpha_{\max} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (8),$$

т.к. $u_1 = \dfrac{m_2 v_1}{m_1 + m_2}$, а $u_1 = \dfrac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$.

10 класс.

1.1 Варистор.

Для начала необходимо определить, какое напряжение было на нагрузке до скачка напряжения. Сопротивление параллельно соединённых резистора и варистора не может превышать $10\,Ом$, поэтому и падение напряжения на этом участке будет на более 4В. Заметим, что при таком напряжении через варистор течёт очень маленький ток, т.е. его сопротивление очень большое и сопротивление этого участка в точности определяется сопротивлением нагрузки. Значит, до скачка на нагрузке было напряжение:

$$U_{H0} = \frac{U_0}{R + R_H} R_H = 4B \quad (1).$$

Обозначим ток в цепи после скачка $I_Ц$. Общее напряжение есть сумма падений напряжения на резисторе R и напряжения на варисторе U:

$$RI_Ц + U = U_1 \quad (2).$$

Ток в цепи есть сумма токов, текущих через нагрузку и варистор I:

$$I_Ц = \frac{U}{R_H} + I \quad (3).$$

Поставляя это значение в (2) и используя численные значения U_1, R и R_H, получим уравнение, связывающее ток и напряжение на варисторе.

$$I = 2{,}4 - \frac{3}{20}U \quad (4).$$

С другой стороны связь между током и напряжением приведена на графике. Чтобы определить U и I необходимо найти точку пересечения графика, приведённого в условии с графиком ВАХ.

Результат представлен на рис. 1.

Значения напряжения на варисторе, а значит и на нагрузке:

$$U = U_{H2} = 8{,}2B \quad (5).$$

Т.е. напряжение на нагрузке возрастёт чуть больше чем в два раза:

$$\frac{U_{H2}}{U_{H1}} \approx 2 \quad (6).$$

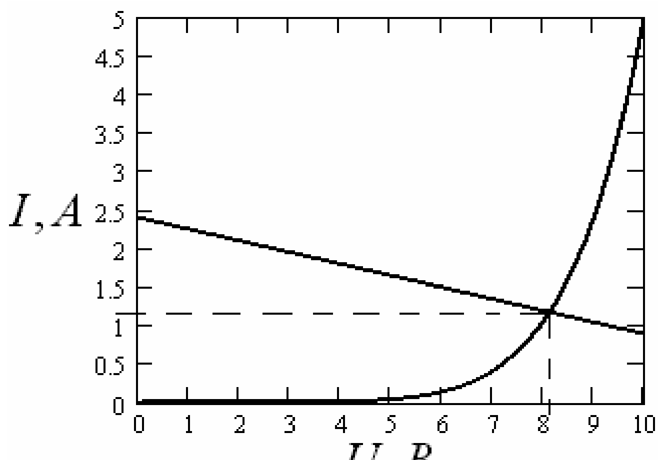

Рис. 1

1.2 «Гидроподушка».

Пусть струя воды площадью поперечного сечения S со скоростью υ неупруго сталкивается со стенкой (рис. 3). За промежуток времени Δt стенки достигнут частицы воды в цилиндре высотой $h = \upsilon\,\Delta t$ и площадью поперечного сечения S.

Соответственно, масса воды $m = \rho V = \rho Sh = \rho S\upsilon\Delta t$, содержащаяся в этом цилиндре, передаст стенке импульс $\Delta p = m\upsilon = \rho S\upsilon^2\Delta t$, поскольку после столкновения ее импульс станет равным нулю.

Из второго (в импульсной форме) и третьего законов Ньютона для силы давления струи на стенку имеем

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho S\upsilon^2 . \qquad (6)$$

Однако в рассматриваемом случае струи воды бьют вверх, уменьшая свою скорость по мере подъема.

Согласно закону сохранения энергии, скорость υ_1 струи на высоте h будет меньше начальной скорости υ_0

$$\upsilon_1^2 = \upsilon_0^2 - 2gh \qquad \Rightarrow \qquad \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh} .$$

С учетом этого выражение (6) перепишется в виде

$$F = \rho S(\upsilon_0^2 - 2gh) .$$

Расход воды в любом сечении вертикальной струи должен оставаться неизменным. С учетом выражения (1) для расхода воды можем записать

$$\rho S_0\upsilon_0 = \rho S_1\upsilon_1 . \qquad (7)$$

Сокращая в (7) на плотность жидкости, приходим к уравнению *неразрывности струи*, смысл которого понятен: скорость движения жидкости в струе больше там, где ее поперечное сечение меньше (в местах сужения)

$$\upsilon_0 S_0 = \upsilon_1 S_1 .$$

Отсюда следует, что непосредственно перед столкновением с бруском площадь поперечного сечения струи увеличивается (см. рис. 3) до значения

$$S_1 = \frac{\upsilon_0 S_0}{\upsilon_1} = \frac{\upsilon_0 S_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh}} . \qquad (7)$$

С учетом (6)-(7) находим, что сила давления одной вертикальной струи на брусок в рамках данной модели

$$F = \rho S_0\upsilon_0\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh} .$$

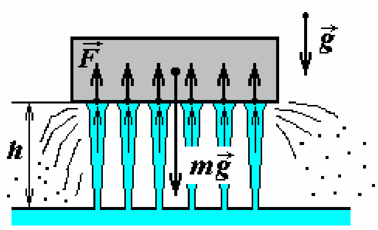

Рис. 4

Соответственно, N струй удержат брусок на высоте h в том случае (рис. 4), если

$$NF = N\rho S_0\upsilon_0\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh} = mg . \qquad (8)$$

Из последнего равенства получим

$$h = \frac{1}{2g}\left(\upsilon_0^2 - \left(\frac{mg}{N\rho S_0\upsilon_0}\right)^2\right).$$

Поскольку площадь отверстия $S_0 = \pi r^2$, то окончательное выражение для h примет вид

$$h = \frac{1}{2g}\left(\upsilon_0^2 - \left(\frac{mg}{N\rho\pi r^2\upsilon_0}\right)^2\right). \qquad (9)$$

Расчет по формуле (9) дает

$$h = 56\ см.$$

Заметим, что рассмотренный принцип действия гидроподушки («воздушной» подушки) широко используется при создании современной техники, способной передвигаться как по суше, так и по воде.

Задание 2 «Торможение спутника»

1. При движении спутника, на него действует лишь сила притяжения со стороны Земли (сопротивление пока не учитываем). Она же является центростремительной силой.

$$G\frac{Mm}{R_0^2} = \frac{mv_0^2}{R_0} \qquad (1).$$

Отсюда получаем:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}} \qquad (2).$$

Период обращения:

$$T_0 = \frac{2\pi R_0}{v_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} R_0^{3/2} \qquad (3).$$

2. Полная механическая энергия спутника есть сумма его потенциальной и кинетической энергий:

$$E_0 = -G\frac{Mm}{R_0} + \frac{mv_0^2}{2} = -G\frac{Mm}{2R_0} = -\frac{mv_0^2}{2} \qquad (4).$$

Заметим, что полная энергия является отрицательной величиной и по модулю равна кинетической энергии.

3. Т.к. радиус орбиты изменяется несущественно, то можно считать, что на протяжении всего витка на него действует одна и та же постоянная по модулю сила сопротивления $F_C = C\rho_0 S v_0^2$, т.е. плотность воздуха и скорость в этом выражении считаем постоянными. Эта сила будет совершать отрицательную работу $A_C = -F_C \cdot 2\pi R_0$, что приведёт к уменьшению полной энергии спутника. Для вычисления относительного изменения скорости, воспользуемся выражением полной энергии спутника через его скорость. Тогда закон сохранения энергии примет вид:

$$-\frac{mv_0^2}{2} - C\rho_0 S v_0^2 \cdot 2\pi R_0 = -\frac{m(v_0 + \Delta v)^2}{2} \qquad (5).$$

Сразу же отметим, что скорость должна увеличиваться. Преобразуем выражения, стоящие в правой части равенства.

$$(v_0 + \Delta v)^2 = v_0^2\left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)^2 = v_0^2\left(1 + 2\frac{\Delta v}{v_0} + \left(\frac{\Delta v}{v_0}\right)^2\right) \approx v_0^2\left(1 + 2\frac{\Delta v}{v_0}\right) \qquad (6).$$

В последнем преобразовании было учтено, что величина $\left(\frac{\Delta v}{v_0}\right)^2$ очень маленькая, поэтому её можно не учитывать.

Используя такое упрощение и преобразуя уравнение (5), получим:

$$\frac{\Delta v}{v_0} = 2\pi R_0 \frac{C\rho_0 S}{m} \qquad (7).$$

Для определения относительного изменения радиуса орбиты, поступим следующим образом. Из (2) следует, что:

$$v_0^2 R_0 = GM = const \qquad (8).$$