$$T=\frac{2v_0/g}{1-\xi} \qquad (29).$$

Задача 3. Интерференция.

1. Складывая колебания, получим

$$E=E_1+E_2=E_0\cos(\omega t-\varphi_1)+E_0\cos(\omega t-\varphi_2)= \\ =2E_0\cos\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)\cos\left(\omega t-\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right).$$

Таким образом, результирующая амплитуда равна

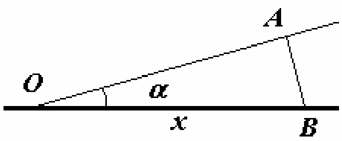
$$E_{0,рез.}=2E_0\cos\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right), \qquad (1)$$

соответственно, интенсивность равна

$$I=\left\langle\left(2E_0\cos\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)\cos\left(\omega t-\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)\right)^2\right\rangle=2E_0^2\cos^2\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)= \\ =4I_0\cos^2\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right), \qquad (2)$$

где I_0 - интенсивность света, создаваемая одной волной.

2. Выберем за начало отсчета точку O, фазу колебаний в которой примем за нуль. Тогда в точке B с координатой x фаза колебаний будет равна (набег на участке AB, OA - фронт волны)

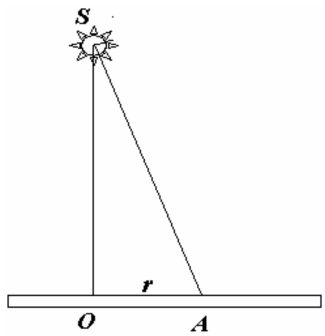


$$\varphi(x)=\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha. \qquad (3)$$

От второй координаты фаза не зависит.

3. В точке A, находящейся на расстоянии r от начала отсчета O, фаза колебания равна

$$\varphi(x,y)=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{L^2+r^2}=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{L^2+x^2+y^2}. \qquad (4)$$



4. Используя полученные выражения (2) и (3), запишем выражение для интенсивности света

$$I=4I_0\cos^2\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)=4I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}x(\sin\alpha_1-\sin\alpha_2)\right) \qquad (5)$$

Таким образом, интерференционная картина представляет собой систему равноотстоящих прямых полос. Максимумы интенсивности будет в тех точках, где разность фаз равна $2\pi m,\quad (m=0,\pm1,\pm2...)$, или

$$\frac{\pi}{\lambda}x_m(\sin\alpha_1-\sin\alpha_2)=\pi m \quad\Rightarrow\quad x_m=\frac{m\lambda}{\sin\alpha_1-\sin\alpha_2}. \qquad (6)$$

В случае малых углов ширина интерференционной полосы равна

$$\Delta x = \frac{\lambda}{|\alpha_1 - \alpha_2|}. \tag{7}$$

5. Считая фазу колебаний плоской волны равной φ_0 и используя выражения (2) и (4), получим распределение интенсивности на экране

$$I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2}\right) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \frac{\varphi_0}{2}\right). \tag{8}$$

Интерференционная картина – система не равноотстоящих колец.
При оговоренных условиях, разность фаз колебаний может быть представлена в виде

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}L\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{L^2}} - \varphi_0 \approx$$
$$\approx \frac{2\pi}{\lambda}L\left(1 + \frac{x^2 + y^2}{2L^2}\right) - \varphi_0 = \frac{\pi}{\lambda}\frac{x^2 + y^2}{L}.$$

Минимумы интенсивности будут находиться в тех точках, где $\varphi_1 - \varphi_0 = \pi\left(m + \frac{1}{2}\right)$, или

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{\pi}{\lambda}\frac{x^2 + y^2}{L} = \frac{\pi}{\lambda}\frac{r_m^2}{L} = \pi\left(m + \frac{1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad r_m = \sqrt{\lambda L\left(m + \frac{1}{2}\right)}. \tag{9}$$

Получаем систему колец Ньютона.

6. Очередной раз используем соотношения (2) и (4) – с учетом сдвига вдоль оси OX, получаем

$$I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2}\right) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\left(\sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \sqrt{L^2 + (x - d)^2 + y^2}\right)\right).$$

В указанном приближении

$$\sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \sqrt{L^2 + (x - d)^2 + y^2} = L\left(\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{L^2}} - \sqrt{1 + \frac{(x - d)^2 + y^2}{L^2}}\right) \approx$$
$$\approx \frac{x^2 + y^2}{2L} - \frac{(x - d)^2 + y^2}{2L} \approx \frac{xd}{L}.$$

Соответственно, распределение интенсивности

$$I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2}\right) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\frac{xd}{L}\right) \tag{10}$$

есть ряд равностоящих полос (схема Юнга) с максимумами в точках с координатами:

$$\frac{\pi}{\lambda}\frac{x_m d}{L} = m\pi \quad \Rightarrow \quad x_m = m\frac{\lambda L}{d}. \tag{11}$$

Ширина полос

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \tag{12}$$