2.1 Т.к. $R >> R_H$, то ток через резисторы R_1 равен току через нагрузку. Поэтому падение напряжения на резисторе R_1:

$$U_1 = IR_1 \qquad (10).$$

Тогда потенциал точки B:

$$\varphi_B = U - U_1 = U - IR_1 \qquad (11).$$

Напряжение на участке AE равно U. Напряжение на резисторе R определим, воспользовавшись выражением (9):

$$\Delta\varphi_{RAE} = RkU^2 \qquad (12).$$

Тогда потенциал точки C:

$$\varphi_C = 0 + \Delta\varphi RAE = RkU^2 \qquad (13).$$

Напряжение на участке BF равно $\varphi_B = U - IR_1$. Поэтому напряжение на резисторе R:

$$\Delta\varphi_{RBF} = Rk(U - IR_1)^2 \qquad (14)$$

Потенциал точки D:

$$\varphi_D = 0 + \Delta\varphi_{RBF} = Rk(U - IR_1)^2 \qquad (15).$$

2.2 Разность потенциалов между точками C и D:

$$\begin{aligned} U_V &= \varphi_C - \varphi_D = RkU^2 - Rk(U - IR_1)^2 = \\ &= 2kRR_1UI - kRR_1^2I^2 = 2kRR_1UI\left(1 - \frac{R_1 I}{2U}\right) \end{aligned} \qquad (16).$$

Ток и напряжения связаны законом Ома, т.е.:

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R_H + R_1} \qquad (17).$$

Поэтому показания вольтметра:

$$U_V = 2kRR_1UI\left(1 - \frac{R_1}{2(R_1 + R_H)}\right) \qquad (18).$$

Коэффициент ξ:

$$\xi = 2kRR_1\left(1 - \frac{R_1}{2(R_1 + R_H)}\right) \qquad (19).$$

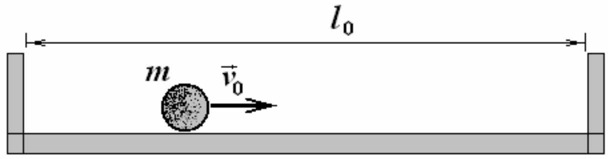
2.3 При выполнении условия $R_1 << R_H$ выражение для коэффициента ξ принимает вид:

$$\xi = 2kRR_1 \qquad (19),$$

Т.е. действительно не зависит от сопротивления нагрузки.
2.4 Относительная погрешность измерения:

$$\eta = \frac{kRR_1^2}{R_1 + R_H} \approx \frac{kRR_1^2}{R_H} \qquad (20).$$

<u>Задание 3.</u> «Сила и импульс»



3.1 Импульс, полученный стенкой за одно столкновение равен

$$\Delta p = 2mv_0, \qquad (1)$$

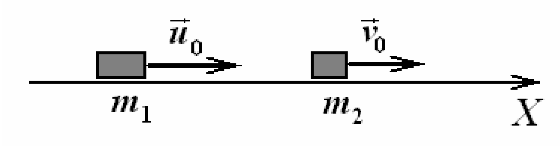
время между ударами, очевидно, равно

$$\Delta t = 2\frac{l_0}{v_0} \qquad (2)$$

Следовательно, средняя сила давления шарика на стенку равна

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_0^2}{l_0}. \quad (3)$$

3.2 Для определения скоростей тел после соударения следует воспользоваться законами сохранения импульса и механической энергии



$$\begin{aligned} &m_1u_0 + m_2v_0 = m_1u_1 + m_2v_1 \\ &\frac{m_1u_0^2}{2} + \frac{m_2v_0^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2v_1^2}{2} \end{aligned}. \quad (4)$$

Для решения системы уравнений, преобразуем их и разделим одно на другое:

$$\begin{cases} m_1\left(u_0^2 - u_1^2\right) = m_2\left(v_1^2 - v_0^2\right) \\ m_1\left(u_0 - u_1\right) = m_2\left(v_1 - v_0\right) \end{cases} \Rightarrow \quad u_0 + u_1 = v_1 + v_0 \quad \Rightarrow \quad v_1 = u_0 - v_0 + u_1.$$

Тем самым, получаем систему двух линейных уравнений, решение которых находится легко

$$m_1u_0 + m_2v_0 = m_1u_1 + m_2\left(u_0 - v_0 + u_1\right) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_0 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}v_0 \\ v_1 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}u_0 - \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_0 \end{cases}. \quad (5)$$

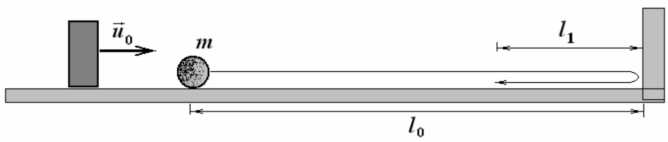
Если масса второго тела пренебрежимо мала ($m_2 \approx 0$), то из формул (5) следует

$$\begin{cases} u_1 = u_0 \\ v_1 = 2u_0 - v_0 \end{cases}. \quad (6)$$

3.3.1 Полагая в формуле (6) $v_0 = 0$, находим скорость шарика после первого удара

$$v_1 = 2u_0. \quad (7)$$

3.3.2 До следующего столкновения поршень пройдет расстояние $\left(l_0 - l_1\right)$, а шарик $\left(l_0 + l_1\right)$. Приравнивая их времена движения, получим уравнение



$$\frac{l_0 - l_1}{u_0} = \frac{l_0 + l_1}{2u_0}. \quad (8)$$

Из которого находим точку второго удара

$$l_1 = \frac{1}{3}l_0. \quad (9)$$

И время между ударами

$$\tau_1 = \frac{l_0 - l_1}{u_0} = \frac{2}{3}\frac{l_0}{u_0}. \quad (10)$$

3.3.3 Из формул (6) следует, что после каждого удара скорость шарика увеличивается на $2u_0$ (следует учесть, что шарик при всяком ударе летит навстречу поршню):

$$v_k = 2u_0 + v_{k-1}. \quad (11)$$

Таким образом, скорости шарика после ударов образуют арифметическую прогрессию, поэтому явное выражение для скорости шарика после k-того столкновения с поршнем имеет вид

$$v_k = 2k \cdot u_0 . \tag{12}$$

Чтобы установить связь между координатами точек последовательных ударов запишем уравнение, аналогичное уравнению (8), из которого определим

$$\frac{l_{k-1} - l_k}{u_0} = \frac{l_{k-1} + l_k}{v_k} = \frac{l_{k-1} + l_k}{2ku_0} \quad \Rightarrow \quad l_k = \frac{2k-1}{2k+1} l_{k-1} . \tag{13}$$

Последовательно подставляя значения легко найти, что

$$l_k = \frac{1}{2k+1} l_0 . \tag{14}$$

Время между последовательными ударами рассчитывается по формуле

$$\tau_k = \frac{l_{k-1} - l_k}{u_0} = \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) \frac{l_0}{u_0} = \frac{2}{4k^2 - 1} \frac{l_0}{u_0} . \tag{15}$$

Средняя сила давления шарика на поршень после k-того удара равна

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = m \frac{2v_k}{\tau_k} = m \frac{2 \cdot 2k \cdot u_0}{\frac{2}{4k^2 - 1} \frac{l_0}{u_0}} = 2k\left(4k^2 - 1\right) \frac{mu_0^2}{l_0} . \tag{16}$$

После большого числа ударов $(k >> 1)$ можно считать, что $\left(4k^2 - 1\right) \approx 4k^2$, и $\frac{l_0}{l_k} = 2k - 1 \approx 2k$, поэтому

$$F = 2k\left(4k^2 - 1\right) \frac{mu_0^2}{l_0} \approx 8k^3 \frac{mu_0^2}{l_0} \approx \frac{mu_0^2}{l_0} \left(\frac{l_0}{l} \right)^3 . \tag{17}$$

Следовательно, $\gamma = -3$, $A = mu_0^2 l_0^2$.