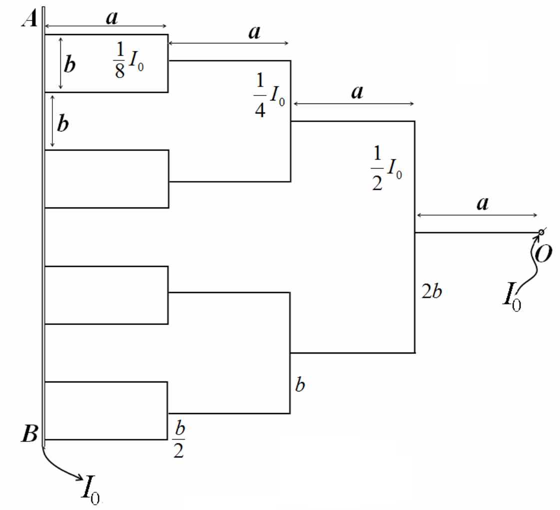
1.3 В данной задаче распределение токов также очевидно (в каждом узле ток делится пополам). Не сложно найти и геометрические размеры всех участков (см. рис.). Искомое напряжение можно найти как сумму напряжений, двигаясь от точки O до стержня AB любым путем (мы пойдем «по краю»):

$$U = I_0 r\left(a + \frac{1}{2}(a+2b) + \frac{1}{4}(a+b) + \frac{1}{8}\left(a + \frac{1}{2}b\right)\right) =$$

$$= I_0 r\left(\frac{15}{8}a + \frac{21}{16}b\right)$$



Возможны и другие варианты решения (например, соединить точки равного потенциала).

Задача 2 «Гвоздь»

Часть 1.

1.1 Запишем закон сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} Mv_0 = Mv + mu \\ \dfrac{Mv_0^2}{2} = \dfrac{Mv^2}{2} + \dfrac{mu^2}{2} \end{cases} \qquad (1).$$

Решая систему, получим:

$$u = \frac{2v_0}{\dfrac{m}{M}+1} = \frac{2v_0}{\gamma+1} \qquad (2).$$

1.2 При $m << M$, $\gamma \to 0$, поэтому:

$$u = 2v_0 \qquad (3).$$

1.3 Коэффициент передачи энергии:

$$\eta = \frac{\dfrac{mu^2}{2}}{\dfrac{Mv_0^2}{2}} = \gamma\frac{u^2}{v_0^2} \qquad (4).$$

Подставляя значение скорости (2), получим:

$$\eta = 4\frac{\gamma}{(\gamma+1)^2} \qquad (5).$$

Часть 2.

2.1 Вся полученная гвоздем кинетическая энергия расходуется на совершение работы против сил трения (изменением потенциальной энергии можно пренебречь). Работа силы трения, действующей на острие гвоздя, равна:

$$A_{ОСТР} = f\Delta x \qquad (6).$$

Работа силы трения, действующей на боковую поверхность, равна:

$$A_{БОК} = k\frac{(x+\Delta x)^2}{2} - k\frac{x^2}{2} \qquad (7).$$

Следовательно:

$$E = f\Delta x + k\frac{(x+\Delta x)^2}{2} - k\frac{x^2}{2} \qquad (8).$$

Решая это уравнение относительно Δx, получим:

$$\Delta x = -\left(x+\frac{f}{k}\right) + \sqrt{\left(x+\frac{f}{k}\right)^2 + \frac{2E}{k}} \qquad (9).$$

Отрицательный корень физического смысла не имеет.

2.2 Для определения энергии E_1 подставим в выражение (9) $x = 0$ и $\Delta x = l$.

$$l = -\frac{f}{k} + \sqrt{\left(\frac{f}{k}\right)^2 + \frac{2E_1}{k}} \qquad (10).$$

Решением уравнения является:

$$E_1 = \frac{kl^2}{2} + fl \qquad (11).$$

2.3 Ели $F_{БОК} << F_{ОСТР}$, то глубина погружения после удара будет определяться силами, действующими на острие:

$$\Delta x = \frac{E}{f} \qquad (12).$$

Число ударов, очевидно, равно:

$$N_1 = \frac{lf}{E} \qquad (13).$$

2.4 Если, $F_{БОК} >> F_{ОСТР}$, то отношением $\frac{f}{k}$ в выражении (9) можно пренебречь, и тогда:

$$\Delta x = -x + \sqrt{x^2 + \frac{2E}{k}} \qquad (14).$$

Величина погружения после $(n+1)$-го удара равна:

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x = x_n + \left(-x_n + \sqrt{x_n^2 + \frac{2E}{k}}\right) = \sqrt{x_n^2 + \frac{2E}{k}} \qquad (15).$$

Или

$$x_{n+1}^2 = x_n^2 + \frac{2E}{k} \qquad (16).$$

Таким образом:

$$\varepsilon = \frac{2E}{k} \qquad (17).$$

Квадраты глубин погружения гвоздя образуют арифметическую прогрессию:

$x_0^2 = 0$, $x_1^2 = \frac{2E}{k}$, $x_2^2 = \frac{4E}{k}$, $x_3^2 = \frac{6E}{k}$, …, $x_n^2 = n\frac{2E}{k}$.

Для вбивания гвоздя нужно совершить число N ударов, которое находится из условия:

$$l^2 = N_2\frac{2E}{k} \qquad (18),$$

откуда

$$N_2 = \frac{kl^2}{2E} \qquad (19).$$