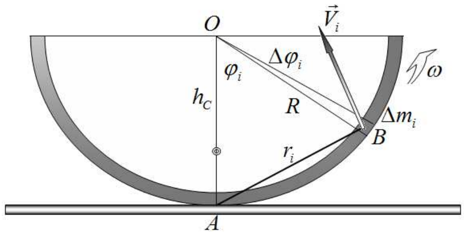
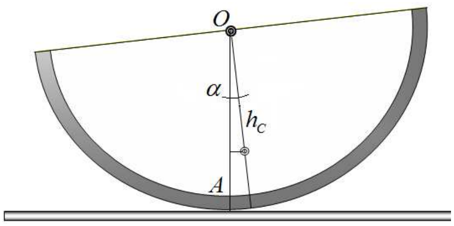
$$T = 2\pi\sqrt{2\frac{R}{g}}\ . \qquad (20)$$

Возможны и другие варианты решения (например, используя формулу для колебаний физического маятника и выражение для момента инерции полукольца).



4.4 Расчет кинетической энергии в данном случае ничем не отличается от проведенного в предыдущем разделе 4.3, потому, что в указанном в подсказке положении мгновенным центром вращения является вершина полукольца. Поэтому можно воспользоваться формулой (16).

$$E^K = m\omega^2 R^2\left(1-\frac{2}{\pi}\right) \qquad (21)$$



А для определения изменения потенциальной энергии можно воспользоваться соответствующей формулой (11) из пункта 4.2, потому, что в обоих случаях высота центра полукольца остается неизменной, поэтому

$$\Delta U = mgh_C\frac{\alpha^2}{2} = mgR\frac{2}{\pi}\frac{\alpha^2}{2} = mgR\frac{\alpha^2}{\pi}\ . \qquad (22)$$

Дальнейший путь решения уже изъезжен нами. Записываем закон сохранения энергии

$$m\omega^2 R^2\left(1-\frac{2}{\pi}\right) + mgR\frac{\alpha^2}{\pi} = E\ , \qquad (23)$$

приводим его к виду уравнения гармонических колебаний

$$\omega^2 + \frac{g}{(\pi-2)R}\alpha^2 = const\ , \qquad (24)$$

Записываем формулу для периода колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{(\pi-2)\frac{R}{g}}\ . \qquad (25)$$

Возможны и другие варианты решения (например, используя формулу для колебаний физического маятника и выражение для момента инерции полукольца).

Задача 3. «Электрический дрейф»

Часть 0.

0.1 Радиус окружности:

$$R = \frac{mv_0}{qB} \qquad (1)$$

0.2 Угловая скорость вращения:

$$\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{qB}{m} \qquad (2).$$

0.3 Период вращения:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \tag{3}$$

Часть 1.

1.1 Радиус верхней и нижней полуокружностей равен:

$$R_B = \frac{mv_B}{qB} \quad и \quad R_H = \frac{mv_H}{qB} \tag{4}$$

Время движения по двум полуокружностям равно:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \tag{5}$$

Скорость дрейфа выражается следующим образом:

$$v_Д = 2\frac{(R_B - R_H)}{T} \tag{6}$$

Подставляя значения радиусов (4) и времени (5), получим:

$$v_Д = \frac{1}{\pi}(v_B - v_H) \tag{7}$$

Разность скоростей определим из теоремы о кинетической энергии:

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_H^2}{2} = qE(R_B + R_H) \tag{8}$$

Используя выражения (4), получим:

$$\frac{m}{2}(v_B^2 - v_H^2) = \frac{mE}{B}(v_B + v_H) \tag{9}$$

Следовательно, разность скоростей равна:

$$v_B - v_H = 2\frac{E}{B} \tag{10}$$

Тогда скорость дрейфа:

$$v_Д = \frac{2}{\pi}\frac{E}{B} \tag{11}$$

Часть 2.

2.1 Второй закон Ньютона в проекциях на оси OX и OY имеет вид:

$$\begin{aligned} OX: &\quad qBv_Y = ma_X \\ OY: &\quad qE - qBv_X = ma_Y \end{aligned} \tag{12}$$

Проекции ускорений равны:

$$\begin{aligned} a_X &= \frac{qB}{m}v_Y \\ a_Y &= -\frac{qB}{m}v_X + \frac{qE}{m} \end{aligned} \tag{13}$$

2.2 Проекции скорости на оси:

$$\begin{aligned} v_x &= u + \omega R \sin\varphi \\ v_y &= -\omega R \cos\varphi \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\omega = \frac{u}{r} \tag{15}$$

2.3 Проекции центростремительного ускорения:

$$a_x = -\omega^2 R\cos\varphi$$
$$a_y = -\omega^2 R\sin\varphi \qquad (16).$$

2.4 Выразим из уравнений (14) синус и косинус угла φ:

$$\sin\varphi = \frac{v_x - u}{\omega R}$$
$$\cos\varphi = -\frac{v_y}{\omega R} \qquad (17).$$

Подставляя в уравнения (16), получим:

$$a_x = \omega v_y$$
$$a_y = -\omega v_x + \omega u \qquad (18).$$

2.5 При подстановке в систему (13) выражения для угловой скорости (2) получим:

$$a_x = \omega v_y$$
$$a_y = -\omega v_x + \omega \frac{E}{B} \qquad (19),$$

что аналогично системе (18).

Величина $\frac{E}{B}$ соответствует скорости u.

Таким образом, скорость дрейфа равна:

$$v_Д = \frac{E}{B} \qquad (20).$$