Задача 9- 3. «Не забудьте посолить»

Часть 1. Фактор первый

1.1 Уравнение теплового баланса:

$$c_B m_B \Delta t = c_C m_C \left(t_K - \Delta t - t_C\right) \quad (1).$$

Откуда:

$$\Delta t = \frac{c_C m_C \left(t_K - t_C\right)}{c_B m_B + c_C m_C} \quad (2).$$

1.2 Согласно правилу смешения:

$$c\left(m_B + m_C\right) = c_B m_B + c_C m_C \quad (3).$$

Разделим обе части уравнения на $c_B + c_C$ и заметим, что $\frac{m_C}{m_B + m_C} = \eta$, а $\frac{m_B}{m_B + m_C} = 1 - \eta$.

Получим:

$$c = c_B\left(1-\eta\right) + c_C\eta = c_B - \left(c_B - c_C\right)\eta \quad (4).$$

Таким образом, зависимость удельной теплоемкости раствора от концентрации является линейной с коэффициентом наклона $k = c_B - c_C$. График зависимости $c(\eta)$ представлен на рис. 1.

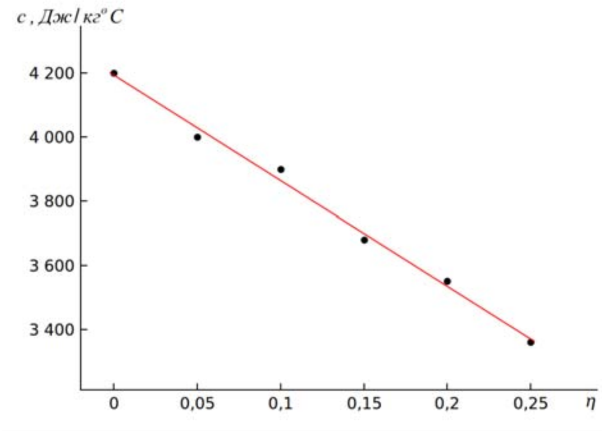


Рис. 1. График зависимости $c(\eta)$

Коэффициент $k = 3300 Дж/кг^oC$, откуда $c_C = 900 Дж/кг^oC$.

1.3 Изменение температуры воды в первом случае:

$$\Delta t_1 = 0{,}34^o C \quad (5),$$

во втором:

$$\Delta t_2 = 4{,}8^o C \quad (6).$$

Часть 2. Фактор второй

2.1 В таблице не приведены значения удельной теплоты растворения для $m_{C1} = 20г$ и $m_{C2} = 300г$. Получить необходимые значения можно проведя линейную интерполяцию, т. е. считая что на каждом интервале удельная теплота растворения изменяется линейно:

$$q = a m_C + b \quad (7).$$

Для интервала $(10;50)$, получим:

$$\begin{aligned} 72{,}3 &= 10a + b \\ 66{,}2 &= 50a + b \end{aligned} \quad (8),$$

откуда: $a = -0{,}153 кДж/кг \cdot г$, $b = 73{,}8 кДж/кг$.

Для $m_{C1} = 20г$ получаем:

$$q_1 = 20a + b = 70.8 кДж/кг \quad (9).$$

Для $m_{C2} = 300г$, интерполяция дает значение:

$$q_2 = 35.6 кДж/кг \quad (10).$$

На растворение соли требуется количество теплоты равное $q\,m_C$. Уравнение теплового баланса:

$$qm_C = (c_B m_B + c_C m_C)\Delta t \quad (11).$$

Откуда, для $m_{C1} = 20г$ получаем: $\Delta t_1 = 0{,}34^o C$
(12)
для $m_{C2} = 300г$: $\Delta t_2 = 1{,}5^o C$
(13)

Часть 3. Фактор третий

3.1 Концентрация раствора $\eta = \dfrac{m_C}{m_B + m_C} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{m_C}{m_B}}$, откуда:

$$\frac{m_C}{m_B} = \frac{\eta}{1-\eta} \quad (14).$$

Дополним таблицу колонками $\dfrac{m_C}{m_B}$ и Δt.

Таблица 3. Температуры кипения раствора соли

η, %	$\dfrac{m_C}{m_B}$	$t_K, ^o C$	$\Delta t, ^o C$
0	0	100	0
5	0,053	100,5	0,5
10	0,11	101,0	1,0
15	0,18	101,6	1,6
20	0,25	102,2	2,2
25	0,33	102,9	2,9

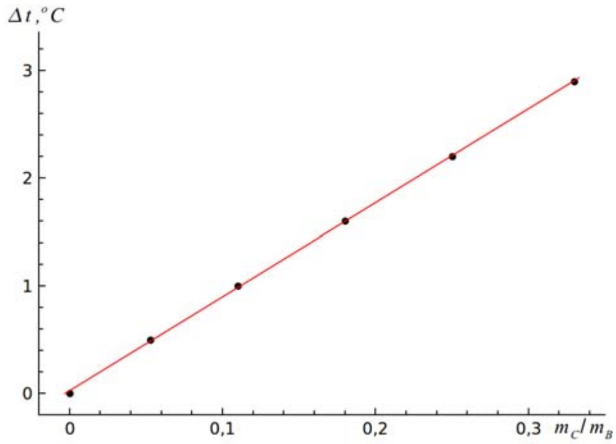


График зависимости $\Delta t\left(\dfrac{m_C}{m_B}\right)$ изображен на рис. 2.

Коэффициент $\alpha = 8{,}7^o C$.

3.2 Для $m_{C1} = 20г$ получаем: $\Delta t_1 = 0{,}17^o C$
(15),
для $m_{C2} = 300г$: $\Delta t_2 = 2{,}6^o C$
(16).

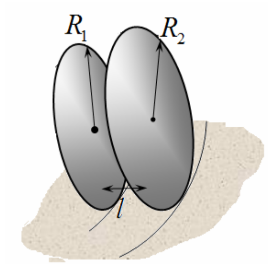
Часть 4. Когда же снова закипит?

4.1 Для оценки достаточно определить суммарный эффект.
Для $m_{C1} = 20г$ получаем:

$$\Delta t_{СУММ1} = 0{,}85^o C \qquad (17),$$

поэтому вода закипит через время:

$$t_1 = \frac{300c}{80^o C} \cdot 0{,}85^o C \approx 3c \qquad (18).$$



Для $m_{C2} = 300г$:

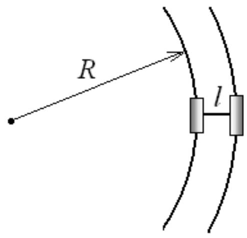
$$\Delta t_{СУММ2} = 8{,}9^o C \qquad (19),$$

поэтому вода закипит через время:

$$t_1 = \frac{300c}{80^o C} \cdot 8{,}9^o C \approx 33c \qquad (20).$$

Задача 10-1 «Такие разные колеса»

1. Если угловая скорость вращения игрушки при качении без проскальзывания равна ω, то линейные скорости вращения колес различны



$$\upsilon_1 = \omega R_1$$

$$\upsilon_2 = \omega R_2 .$$

Пусть радиус поворота игрушки R, тогда можем записать

$$\upsilon_1 = \Omega R$$

$$\upsilon_2 = \Omega(R + l),$$

где Ω – угловая скорость вращения игрушки вокруг центра описываемой окружности. Выражая отношения скоростей, находим

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R + l}{R} .$$

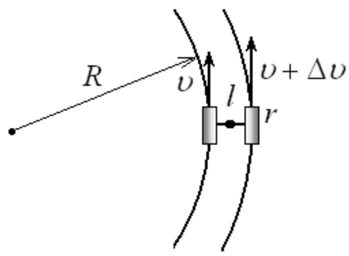
Из последнего равенства

$$R = \frac{R_1}{R_2 - R_1} l = 100\,см = 1{,}00\,м .$$

2. При повороте автомобиля справедливы равенства: для ближнего (к центру поворота) колеса

$$\upsilon = \Omega R = \omega_1 r ,$$

для дальнего



$$\upsilon + \Delta\upsilon = \Omega(R + l) = \omega_2 r ,$$

где Ω – угловая скорость вращения оси колеса вокруг центра описываемой окружности.

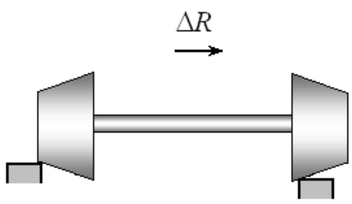
Из последнего равенства находим

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\Omega(R + l)}{r} - \frac{\Omega R}{r} = \Omega \frac{l}{r} = \frac{\upsilon}{R} \cdot \frac{l}{r} .$$

Расчет дает

$$\Delta\omega = 1{,}3 \frac{рад}{c} .$$

3. Поскольку угловая скорость вращения колес поезда одинакова, то, используя результаты п.1 задачи получаем



$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R + l}{R} = 1 + \frac{l}{R} ,$$

где R_1 и R_2 различные опорные радиусы колес после смещения колесной пары (в сторону от радиуса поворота).