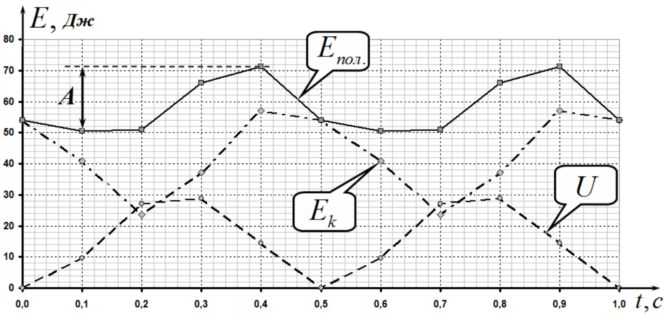
Кинетическая энергия изменяется в пределах примерно от 24 Дж до 57 Дж, то есть, на 33 Дж. Потенциальная энергия изменяет от 0 до 29 Дж. Диапазоны изменения кинетической и потенциальной энергии примерно совпадают.



Дополнение (в решении не требуется). Интересно оценить, какую мощность развивает человек при ходьбе. Для этого построим график зависимости полной энергии человека от времени. Человек совершает работу на тех интервалах, когда полная энергия растет. При убыли полной энергии эта энергия человеку не возвращается. На рисунке отмечен такой участок.

Простой расчет показывает, что средняя мощность, развиваемая человеком при ходьбе, примерно равна 30 Вт.

Задача 10-1 Погреемся на солнышке?

Часть 1. Почему черное теплее?

1.1 Рассчитаем коэффициент теплоотдачи в рамках заданной модели. За промежуток времени Δt на поверхность пластинки попадет количество молекул

$$N = \frac{1}{4} n\langle v\rangle S\Delta t = \frac{1}{4} nS\Delta t\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} \tag{1}$$

Где T_0 — абсолютная температура воздуха. Поскольку «молекулы» воздуха двухатомные, то средняя энергия каждой подлетающей молекулы $\langle E_1\rangle = \frac{5}{2}kT_0$, где k – постоянная Больцмана.

После контакта с пластинкой (согласно условию) каждая молекула увеличит свою энергию до среднего значения, соответствующего абсолютной температуре T пластинки $\langle E_2\rangle = \frac{5}{2}kT$. Увеличение средней энергии каждой молекулы составит величину

$$\langle \Delta E\rangle = \frac{5}{2}k(T - T_0)\,. \tag{2}$$

Следовательно, суммарное количество энергии, уносимой всеми молекулами от пластинки за промежуток времени Δt равно

$$\Delta E = N\langle \Delta E\rangle = \frac{1}{4} nS\Delta t\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}}\cdot\frac{5}{2}k(T - T_0) = \frac{5}{8}knS\Delta t\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}}\cdot(T - T_0) = qS\Delta t\ . \tag{3}$$

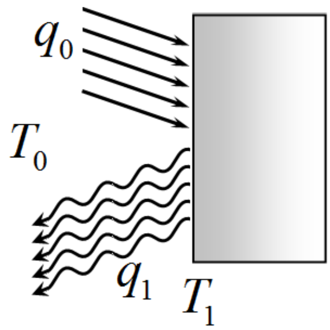
Сравнивая выражение (4) с выражением (3) в условии, найдем значение коэффициента теплоотдачи в рамках данной модели

$$a = \frac{5}{8}kn\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}}\,. \tag{4}$$

Выражая концентрацию молекул воздуха из уравнения Клапейрона-Менделеева $n = \frac{P_0}{kT_0}$, получим

$$a = \frac{5}{8}\frac{P_0}{T_0}\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} = \frac{5}{8}P_0\sqrt{\frac{8R}{\pi M T_0}} = 1{,}0\cdot 10^5\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}}. \qquad (5)$$

1.2 Мощность солнечной энергии, попадающей на единицу площади пластинки, постоянна и равна q_0.. Мощность потока теплоты с единицы площади пластинки определяется формулой



$$q_1 = at_1\ , \qquad (6)$$

здесь $t_1 = T_1 - T_0$ - разность между температурой поверхности пластинки и температурой воздуха.

По мере увеличения температуры пластинки будет увеличиваться количество энергии, уносимой «горячими» молекулами от нее. Следовательно, при некоторой температуре количество теплоты, попадающее в систему, будет равно количеству теплоты, уносимому из нее. Далее температура пластинки перестанет меняться. Если пластинка нормально освещается солнечным светом на воздухе при указанных условиях, то для абсолютно черной поверхности (коэффициент поглощения равен единице $\eta_1 = 1{,}0$), то баланс потоков теплоты выражается уравнением

$$q_0 = q_1 \quad \Rightarrow \quad q_0 = at_1\,, \qquad (7)$$

из которого находим, насколько поверхность пластинки теплее воздуха

$$t_1 = \frac{q_0}{a} = 1{,}4\cdot 10^{-2}\ \text{К}\,. \qquad (8)$$

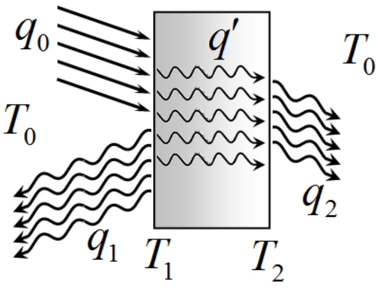
Если поверхность пластинки белая (коэффициент поглощения равен $\eta_2 = 0{,}2$), то она нагреется еще меньше

$$q_0 = q_1 \quad \Rightarrow \quad \eta q_0 = at_1 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{\eta_2\cdot q_0}{a} = 2{,}8\cdot 10^{-3}\ \text{К} \qquad (9)$$

Наш повседневный опыт свидетельствует, что нагрев поверхностей солнечным светом может быть значительно выше.

Часть 2. Почему в тени холоднее?

2.1 Если вторая сторона пластинки не теплоизолирована, то часть энергии солнечного потока q_0 будет отводиться через переднюю q_1 и заднюю q_2 поверхности пластинки. В установившемся режиме баланс потоков теплоты выражается уравнениями



$$q_0 = q_1 + q_2 = at_1 + at_2\,. \qquad (10)$$

Кроме того, поток с теневой стороны пластинки равен потоку теплоты внутри пластинки

$$q_2 = q' \quad \Rightarrow \quad at_2 = \frac{\alpha}{h}(t_1 - t_2). \qquad (11)$$

Запишем получившуюся систему уравнений в виде

$$q_0 = at_1 + at_2$$
$$\frac{\alpha}{h}(t_1 - t_2) = at_2 .$$

Умножим второе уравнение на 2 и вычтем его из первого, в результате получим

$$q_0 - 2\frac{\alpha}{h}(t_1 - t_2) = a(t_1 - t_2) \quad \Rightarrow \quad t_1 - t_2 = \frac{q_0}{a}\frac{1}{1 + 2\dfrac{\alpha}{ha}} . \tag{12}$$

Параметр $\gamma = \frac{\alpha}{ha} = \frac{46}{2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{5}} = 0{,}023$, имеющий смысл отношений коэффициентов теплопередачи через пластику и теплоотдачи, мал. То есть процессы теплоотдачи в окружающую среду преобладают над теплопереносом через пластинку. При этом значении параметра γ разность температур между сторонами пластинки равна

$$t_1 - t_2 = \frac{q_0}{a}\frac{1}{1 + 2\gamma} = \frac{1{,}4 \cdot 10^3}{1{,}0 \cdot 10^5}\frac{1}{1 + 2 \cdot 0{,}023} = 1{,}34 \cdot 10^{-2} K . \tag{13}$$

Вычислим также значения разностей температур обоих сторон пластинки:

$$\frac{\alpha}{h}(t_1 - t_2) = at_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{\alpha}{ah}(t_1 - t_2) = \frac{q_0}{a}\frac{\gamma}{1 + 2\gamma} = 3{,}1 \cdot 10^{-4} K$$
$$t_1 - t_2 = \frac{q_0}{a}\frac{1}{1 + 2\gamma} \quad \Rightarrow \quad t_1 = t_2 + \frac{q_0}{a}\frac{1}{1 + 2\gamma} = \frac{q_0}{a}\frac{1 + \gamma}{1 + 2\gamma} = 1{,}37 \cdot 10^{-2} K$$

Температура освещенной стороны практически совпадает с температурой теплоизолированной пластинки. Температура неосвещенной стороны практически равна температуре окружающей среды. Если бы теплопроводность пластинки была велика ($\gamma >> 1$), то температуры обеих сторон были бы одинаковы и два раза меньше температуры теплоизолированной пластинки.

И в этом случае результаты расчетов оказываются сильно занижены по сравнению с реальностью.

Часть 3. Почему мокрое холоднее?

Если поверхность пластинки влажная, то теплота уносится из-за испарения воды.

Для оценки мощности этого потока теплоты можно воспользоваться следующими рассуждениями. Если над поверхностью воды находится насыщенный водяной пар, то количество молекул воды, вылетающих с поверхности, равно числу молекул, попадающих на поверхность и задерживаемых ею. Это число рассчитывается по формуле

$$\nu_- = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} \cdot \eta = \frac{1}{4}\eta \frac{P_{нас.}}{kT_0}\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} . \tag{14}$$

здесь $n = \frac{P_{нас.}}{kT_0}$ концентрация молекул воды насыщенного пара.

Это число не зависит от того, какой газ находится над поверхностью воды. Если над поверхностью находится воздух, влажность которого равна φ, то число молекул, возвращающихся в воду равно

$$\nu_+ = \frac{1}{4}\eta\varphi\frac{P_{нас.}}{kT_0}\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}}\ . \qquad (15)$$

Скорость испарения (в числах молекул) определяется как разность между найденными потоками

$$\nu = \nu_- - \nu_+ = \frac{1}{4}\eta(1-\varphi)\frac{P_{нас.}}{kT_0}\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} \qquad (16)$$

Поток теплоты, уносимой вследствие испарения, рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} q_{исп.} &= L\frac{\Delta m}{\Delta t} = Lm_0\nu = \frac{1}{4}Lm_0\eta(1-\varphi)\frac{P_{нас.}}{kT_0}\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} = \\ &= \frac{1}{4}L\eta(1-\varphi)\frac{P_{нас.}M}{RT_0}\sqrt{\frac{8RT_0}{\pi M}} = \frac{1}{4}L\eta(1-\varphi)P_{нас.}\sqrt{\frac{8M}{\pi RT_0}}\ . \end{aligned} \qquad (17)$$

Подстановка численных значений приводит к следующему результату для потока теплоты, уносимого испаряющейся водой

$$\begin{aligned} q_{исп.} &= \frac{1}{4}L\eta(1-\varphi)P_{нас.}\sqrt{\frac{8M}{\pi RT_0}} = \\ &= \frac{1}{4}\cdot 2{,}47\cdot 10^6\cdot 0{,}04\cdot 0{,}4\cdot 1{,}3\cdot 10^3\sqrt{\frac{8\cdot 18\cdot 10^{-3}}{\pi\cdot 8{,}31\cdot 293}} \approx 5{,}6\cdot 10^4\ \frac{Вт}{м^2}\ . \end{aligned} \qquad (18)$$

3.2 Баланс потоков теплоты при наличии испарения выражается уравнением

$$q_0 = q_{исп.} + a\Delta T\ , \qquad (19)$$

из которого следует оценка для температуры пластинки

$$t = t_0 + \frac{q_0 - q_{исп.}}{a} = 9{,}4°C\ . \qquad (20)$$

В этом случае температура пластинки оказывается меньше температуры окружающего воздуха.

Часть 4.

Основная причина некоторой несуразности полученных результатов заключается в сильно завышенном значении коэффициента теплоотдачи. В реальности эти процессы идут гораздо медленнее, так как близи поверхности образуется поверхностный слой, температура которого плавно изменяется от температуры пластинки до температуры окружающего воздуха, теплопередача в котором определяется более медленным процессом теплопроводности воздуха.

Аналогично, при расчете скорости испарения необходимо учитывать более медленный процесс диффузии молекул воды в том же приповерхностном слое.

Полученные результаты описывают ситуацию при очень сильном ветре. На самом деле, чтобы весной погреться на солнышке мы ищем освещенное место, защищенное от ветра!