Задача 10-3 Термистор

Часть 1. Термистор.

1.1 Условие теплового равновесия:

$$I^2 R(T) = A(T - T_0) \qquad (1)$$

Подставляя выражение для сопротивления $R(T) = B/T - C \cdot T$, получим:

$$I^2 (B/T - C \cdot T) = A(T - T_0) \qquad (2)$$

Преобразуя равенство (2), получим квадратное уравнение:

$$\left(1 + C\frac{I^2}{A}\right)T^2 - T_0 T - B\frac{I^2}{A} = 0 \qquad (3)$$

Решение уравнения (3):

$$T = \frac{T_0 + \sqrt{T_0^2 + 4B\frac{I^2}{A}\xi}}{2\xi}, \qquad (4)$$

где $\xi = 1 + C\frac{I^2}{A}$.

Для упрощения расчетов можно рассчитать численные значения коэффициентов, входящих в расчетные формулы, кроме того, силу тока удобнее рассчитывать в миллиамперах. Тогда

$$\xi = 1 + C\frac{I^2}{A} = 1 + \frac{5{,}0}{5{,}0 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-6} I^2 = 1 + 1{,}0 \cdot 10^{-3} I^2 .$$

Формулу (4) для удобства расчетов можно представить в виде

$$T = \frac{T_0 + \sqrt{T_0^2 + 4B\frac{I^2}{A}\xi}}{2\xi} = T_0 \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4B}{AT_0^2} I^2 \xi}}{2\xi} = 300\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{I^2\xi}{112{,}5}}}{2\xi} . \qquad (4')$$

После расчета температуры, следует рассчитать сопротивление по формуле

$$R(T) = B/T - C \cdot T = \frac{1{,}0 \cdot 10^6}{T} - 5{,}0T , \qquad (4'')$$

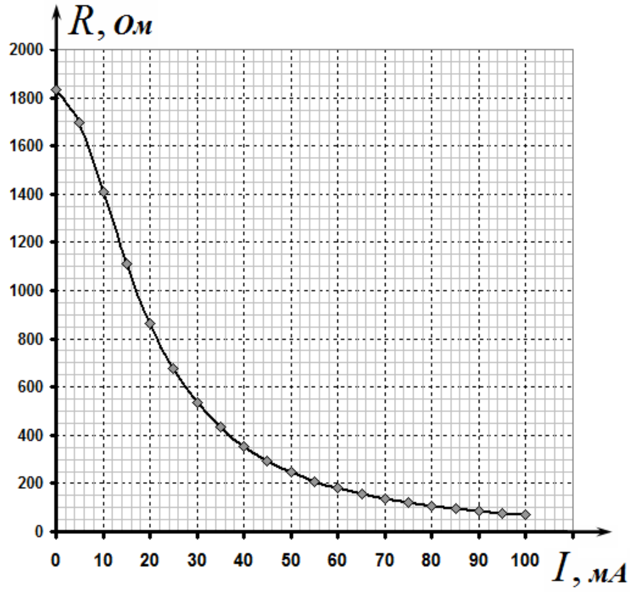
Наконец, по закону Ома можно найти напряжение на термисторе

$$U = IR . \qquad (4''')$$

1.2 Значения температуры, сопротивления термистора и напряжения на нем при различных значениях силы тока приведены в Таблице 1. На рис.1 показан график зависимости сопротивления термистора от силы тока (в установившемся режиме).

Таблица 1. Расчет ВАХ термистора.

$I, мA$	ξ	T, K	$R, Ом$	U, B
0	1,000	300,0	1833	0,00
5	1,025	308,5	1699	8,50
10	1,100	328,1	1407	14,07
15	1,225	349,9	1109	16,63
20	1,400	369,1	864	17,28
25	1,625	384,6	677	16,92
30	1,900	396,7	537	16,12
35	2,225	406,0	433	15,15
40	2,600	413,2	354	14,15
45	3,025	418,8	293	13,20
50	3,500	423,2	246	12,32
55	4,025	426,8	210	11,52
60	4,600	429,6	180	10,80
65	5,225	431,9	156	10,14
70	5,900	433,8	137	9,56
75	6,625	435,3	120	9,02
80	7,400	436,7	107	8,54
85	8,225	437,8	95	8,10
90	9,100	438,7	86	7,71
95	10,025	439,5	77	7,34
100	11,000	440,3	70	7,01



1.3 Вольтамперная характеристика терморезистора представлена на рис. 2. Напряжение достигает максимального значения $U_{\max} = 17{,}3B$ при силе тока $I_{U_{\max}} = 20мA$.

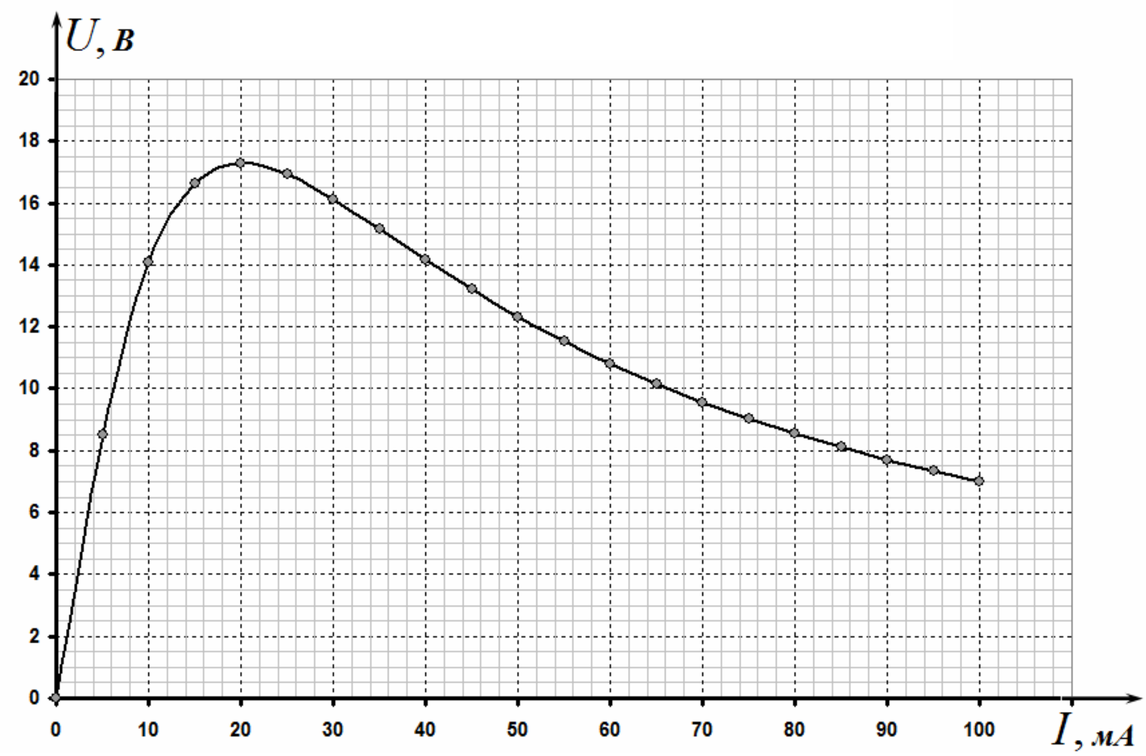


Рис. 2.

Часть 2. Термистор последовательно с резистором.

2.1 При последовательном соединении терморезистора и сопротивления сумма напряжений на каждом элементе равна общему напряжению в цепи:

$$U_0 = IR + U_T(I) \qquad (5)$$

Решения уравнения (5) – это точки пересечения вольтамперной характеристики с прямой:

$$U = U_0 - IR = 19 - 120 \cdot I \qquad (6)$$

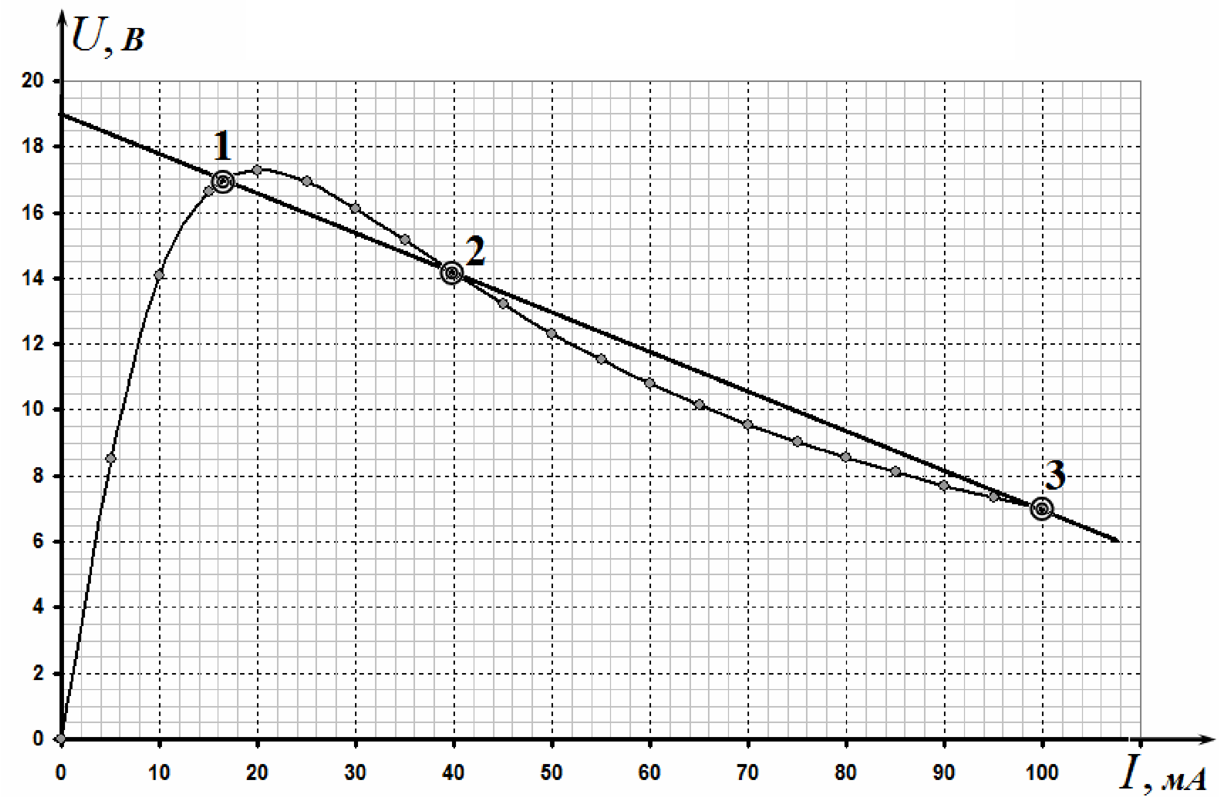


Рис. 3.

К следует из графика изображенного на рис. 3 у уравнения (5) есть целых три решения:

Решение	$I, мА$	$U, В$
1	17	17
2	40	14
3	100	7

Однако, только два решения могут реализовываться на практике. Это первое и третье решение. Второе решение – неустойчивое. Случайное увеличение (или уменьшение) тока приведет к переходу к правому (или левому) устойчивому решению.

Допустим, что напряжение на термисторе случайно возросло на малую величину. Это приведет к уменьшению напряжения на резисторе, что приведет к уменьшению силы тока в цепи. А уменьшение силы тока через термистор (в соответствии с его ВАХ) еще больше увеличит напряжение на нем. В этом случае система перейдет к устойчивому состоянию 1. Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что случайное падение напряжения на термисторе переведет систему в устойчивое состояние 3.

2.2 Сопротивление термистора при включении в цепь достаточно большое, поэтому ток в начальный момент времени будет небольшим, и будет постепенно увеличиваться.

Следовательно, в этом случае система «придет» к первому решению уравнения (5), т.е. $I = 17 мА$, $U = 17 В$.

2.3 Реализовать другое устойчивое решение можно двумя способами.

Можно поднять напряжение на источнике до значения, при котором будет только одно решение на «хвосте» вольтамперной характеристики. При этом термистор разогреется до достаточно высокой температуры. А затем уменьшить напряжение до $U_0 = 19 В$.

А можно просто предварительно разогреть термистор до относительно высокой температуры, чтобы при включении в цепь ток сразу достиг достаточно большого значения.

Часть 3. Термистор параллельно с резистором.

3.1 При подключении термистора, соединенного параллельно с резистором, к источнику постоянного тока, ток источника разделится на две части – ток через термистор и ток через резистор.

$$I_0 = U / R + I_T(U) \qquad (7).$$

Для того чтобы термистор стабилизировал напряжение, решение уравнения (7) должно «попадать» на вершину вольтамперной характеристики: $I_{U_{\max}} = 20 мА$, $U_{\max} = 17{,}3 В$.

Подставляя в (7) получим:

$$R = \frac{U_{\max}}{I_0 - I_{U_{\max}}} = 577 Ом \qquad (8).$$

3.2 Чтобы найти решения уравнения (7) необходимо найти точки пересечения вольтамперной характеристики с графиком прямой:

$$I(U) = I_0 - U / R \qquad (9).$$

Проще, конечно, из (8) получить обратную зависимость $U(I)$:

$$U(I) = I_0 R - IR \qquad (10).$$

При токе $I_{01} = 45 мА$: $\quad U(I) = 23{,}0 - 577 I \qquad (11).$

При токе $I_{02} = 55 мА$: $\quad U(I) = 34{,}6 - 577 I \qquad (12).$

На рис. 4. Представлены графики линейных зависимостей (11) и (12) вместе с вольтамперной характеристикой.

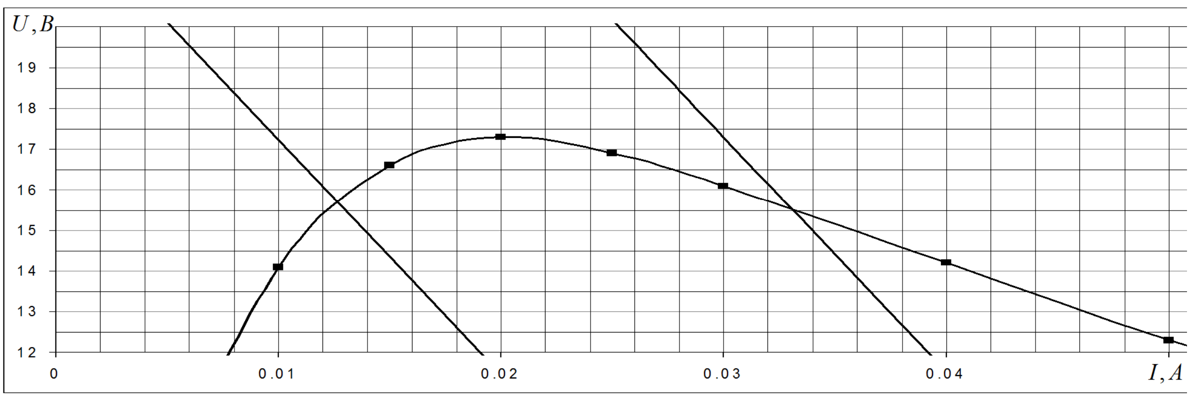


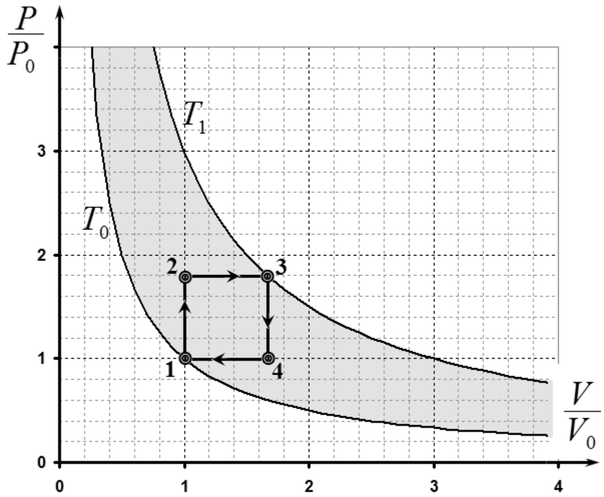
Рис. 4.

Напряжение в точках пересечения графиков практически одинаково и равно: $U_{\min} = 15.7В$. При этом сила тока в резисторе равна $I_{\min} = 27мА$.

Таким образом, напряжение на резисторе будет изменяться в пределах от $U_{\min} = 15.7В$ до $U_{\max} = 17{,}3В$, а сила тока от $I_{\min} = 27мА$ до $I_{\max} = 30мА$.

Задача 11-1 Почему цикл Карно лучше других?

1. Квадратный цикл.



Так как цикл «квадратный», то объем и давление газа возрастают в пределах цикла в одно и тоже число раз. Их произведение (пропорциональное температуре) возрастает в β раз, поэтому максимальные объем и давление (в состоянии 3) находятся по формулам

$$V_3 = \sqrt{\beta} V_0, \quad P_3 = \sqrt{\beta} P_0 \tag{1}$$

Газ получает теплоту на участках 1-2 и 2-3.

Суммарное количество теплоты, полученное газом равно

$$Q_1 = \frac{3}{2} R T_0 \left(\sqrt{\beta} - 1\right) + \frac{5}{2} R T_0 \left(\beta - \sqrt{\beta}\right) = \\ = \frac{R T_0}{2} \left(\sqrt{\beta} - 1\right)\left(3 + 5\sqrt{\beta}\right) \tag{2}$$

Работа совершенная газом за цикл числено равна площади цикла:

$$A = P_0 V_0 \left(\sqrt{\beta} - 1\right)^2 = R T_0 \left(\sqrt{\beta} - 1\right)^2. \tag{3}$$

Следовательно, КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{R T_0 \left(\sqrt{\beta} - 1\right)^2}{\frac{R T_0}{2}\left(\sqrt{\beta} - 1\right)\left(3 + 5\sqrt{\beta}\right)} = \frac{2\left(\sqrt{\beta} - 1\right)}{\left(3 + 5\sqrt{\beta}\right)}. \tag{4}$$

Как и следовало ожидать, при $\beta = 1$ КПД обращается в нуль, а при возрастании β стремится к предельному значению $\overline{\eta} = \frac{2}{5} = 0{,}4$. Для построения графика полученную зависимость удобно представить в виде:

$$\eta = \frac{2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)}{\left(\frac{3}{\sqrt{\beta}} + 5\right)}. \tag{5}$$

График этой зависимости показан на бланке (кривая - 1)