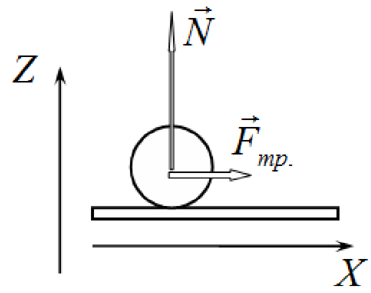
Задание 2. Удар и трение.

В 9 классе в курсе физики вы изучали две простейших модели удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий. В этом задании вам предстоит рассмотреть более сложные модели ударов, в ходе которых существенную роль играет сила трения, действующая во время удара.

Часть 1. Равны ли угол падения и угол отражения?



1.1 Во время удара на шарик постоянно действует сила трения. Для вертикальной и горизонтальной компонент вектора скорости на основании второго закона Ньютона можно записать уравнения

$$m\frac{\Delta v_Z}{\Delta t} = N, \quad m\frac{\Delta v_X}{\Delta t} = \mu N. \qquad (1)$$

Из этих уравнений следует. что

$$\Delta v_X = \mu \Delta v_Z \qquad (2)$$

Так как вертикальная компонента только изменяется свой знак, то $\Delta v_Z = 2v_0$, следовательно, шарик приобретет в горизонтальном направлении скорость $v_X = 2\mu v_0$. Следовательно, шарик отпрыгнет под углом

$$\alpha = arctg(2\mu) \qquad (3)$$

к вертикали. Кажущееся увеличение кинетической энергии шарика связано с замедлением его вращения вокруг собственной оси.

1.2. Аналогично предыдущему пункту запишем уравнения для изменения вертикальной и горизонтальной компонент скорости шарика

$$m\frac{\Delta v_Z}{\Delta t} = N, \quad m\frac{\Delta v_X}{\Delta t} = -\mu N. \qquad (4)$$

Или в данном случае

$$\Delta v_X = -\mu \Delta v_Z \qquad (5)$$

Учитывая начальные и конечные значения компонент скорости шайбы, получим

$$v_{x1} - v_0 \cos\alpha = -2\mu v_0 \sin\alpha \qquad (6)$$

Откуда следует, что горизонтальная компонента скорости станет равной

$$v_{x1} = v_0 \cos\alpha - 2\mu v_0 \sin\alpha \qquad (7)$$

Поэтому шайба отпрыгнет под углом

$$\beta = arctg\frac{v_Z}{v_{x1}} = arctg\frac{v_0 \sin\alpha}{v_0(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)} = arctg\frac{\sin\alpha}{(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)} \approx 31{,}5° \qquad (8)$$

Часть 2. Неупругий удар.

Законы изменения компонент скорости шайбы в этом случае имеют вид

$$m\frac{\Delta v_Z}{\Delta t} = N - mg$$
$$m\frac{\Delta v_X}{\Delta t} = -\mu N \quad . \tag{9}$$

Проводя суммирование по малым промежуткам времени Δt_i, на которые разбивается время удара, получим

$$m\Delta v_z = \sum_i N_i \Delta t_i - mg\tau$$
$$m\Delta v_x = -\mu \sum_i N_i \Delta t_i \quad , \tag{10}$$

Где τ - полное время удара.

Учитывая, что в данной модели $\Delta v_Z = v_0 \sin\alpha$, получим выражение для горизонтальной компоненты скорости шайбы после окончания удара (то есть после того как прекратилось вертикальное движение центра масс шайбы):

$$v_{x1} = v_0 \cos\alpha - \mu v_0 \sin\alpha - \mu g\tau . \tag{11}$$

В дальнейшем шайба скользит с постоянным ускорением $a = -\mu g$, поэтому закон изменения ее скорости имеет вид

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha - \mu v_0 \sin\alpha - \mu g\tau - \mu g(t-\tau) =$$
$$= v_0 \cos\alpha - \mu v_0 \sin\alpha - \mu g t \quad . \tag{12}$$

Откуда следует, что время движения шайбы до остановки равно

$$t = \frac{v_0 \cos\alpha - \mu v_0 \sin\alpha}{\mu g} \approx 8{,}2c . \tag{13}$$