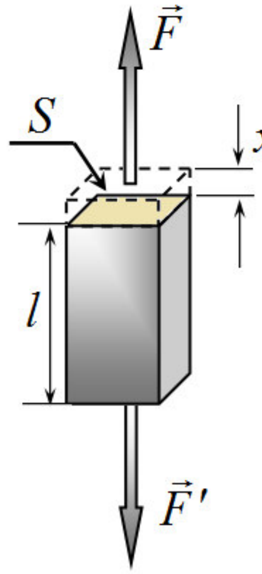
Задача 10-1.

Для описания упругих свойств веществ используются различные характеристики, одной из которых является модуль Юнга E. Рассмотрим небольшой брусок в форме параллелепипеда. Пусть перпендикулярно одной из граней с площадью S к бруску приложены две равные по модулю и противоположные по направлению силы $\vec{F}, \vec{F}'$, под действием которых длина бруска увеличилась на малую величину x (при длине в недеформированном состоянии l). В качестве меры возникающих сил упругости используется механическое напряжение σ, равное отношению нормальной силы упругости к площади поперечного сечения S: $\sigma = \dfrac{F}{S}$, *мерой деформации служит относительная деформация* $\varepsilon = \dfrac{x}{l}$. *Связь между этими величинами выражается законом Гука*



$$\sigma = \varepsilon E. \tag{1}$$

Важно отметить, что модуль Юнга зависит только от свойств материала, а не от размеров бруска. Модуль Юнга является важной характеристикой вещества, так, например, скорость звука в веществе также зависит от модуля Юнга и определяется формулой

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{2}$$

где ρ - плотность вещества.

В данной задаче рассматривается тонкий цилиндр длиной l и площадью поперечного сечения S, изготовленный из материала с модулем Юнга E и плотности ρ.

1.1 Модуль Юнга и коэффициент жесткости.

Цилиндр растягивают, прикладывая к нему постоянные силы, направленные вдоль его оси. В 9 классе вы использовали следующую формулу закона Гука для силы упругости

$$F_{упр.} = kx, \tag{2}$$

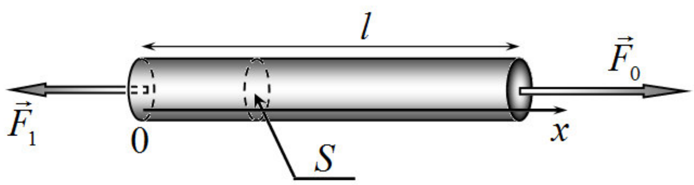
где x - удлинение цилиндра, k - коэффициент жесткости.

1.1.1 Выразите коэффициент жесткости цилиндра через его геометрические размеры и модуль Юнга.

1.1.2 Пусть сила упругости растянутого цилиндра равна F_0. Выразите энергию упругих деформаций цилиндра через его модуль Юнга и относительную деформацию ε. Найдите объемную плотность энергии упругих деформаций.

1.2 Деформации и движение.

К торцам цилиндра прикладывают две силы, направленные вдоль оси цилиндра и равномерно распределенные по его торцам: к правому торцу F_0, к левому F_1. Совместим ось Ox с осью



цилиндра, а ее начало с левым торцом. В части 1.2 рассмотрите три случая: а) $F_1 = F_0$; б) $F_1 = \frac{1}{2}F_0$; в) $F_1 = 0$.

1.2.1 Постройте графики зависимости относительной деформации ε от координаты x.
1.2.2 Найдите максимальное удлинение стержня.
1.2.2 Найдите максимальную энергию деформации стержня.

1.3 Разгон и деформации

Найденное Вами распределение деформаций не устанавливается мгновенно, требуется некоторое время, чтобы волна деформаций распространилась по стержню.
Пусть к правому торцу стержня в момент времени $t = 0$ прикладывают постоянную силу F_0, при этом левый конец стержня остается свободным.
1.3.1 Оцените время установления стационарного распределения деформаций, в стержне после начала его движения.
1.3.2 Оцените, через какой промежуток времени кинетическая энергия стержня станет равной энергии ее упругих деформаций.
Самостоятельно предложите простую модель распространения деформаций в стержне в процессе его разгона и воспользуйтесь ею.

Математическая подсказка.
Площадь под параболой $y = x^2$ *на участке от 0 до* l *равна* $S = \frac{l^3}{3}$ *(это вычислил еще Архимед!)*