Задача 11-2

1. Меняем волну

1.1 Из графика для пробной волны находим: $U_{з\ проб} = 2{,}0$ В, $I_{max\ проб} = 6{,}0$ мкА. Из уравнения фотоэффекта:

$$eU_{з\ проб} = E_{кин\ max} = h\nu_{проб} - A_{вых} = h\frac{\omega_{проб}}{2\pi} - A_{вых} \qquad (1)$$

Отсюда можно заметить, что задерживающее напряжение для одной и той же пластины зависит только от частоты падающего излучения, потому в данном пункте задерживающее напряжение останется таким же:

$$U_{з\ 1.1} = U_{з\ проб} = 2{,}0\ \text{В}$$

Ток насыщения пропорционален количеству вылетевших электронов, которое пропорционально количеству падающих фотонов. Количество фотонов, падающих на пластину, можно определить, разделив энергию падающего поля на энергию одного фотона. Энергия же падающего поля, как сказано в условии, пропорциональна квадрату напряженности поля. Данную связь можно записать следующим образом (знак $\propto$ означает прямую пропорциональность):

$$I_{max} \propto N_e \propto N_ф \propto \frac{w}{h\nu} \propto \frac{{E_0}^2}{\omega} \qquad (2)$$

Зная ток насыщения и характеристики поля пробной волны, можем записать пропорцию:

$$\frac{I_{max проб}}{I_{max1.1}} = \frac{{E_0}^2/\omega}{{E_1}^2/\omega} = \frac{{E_0}^2}{{E_1}^2}$$

Отсюда находим ток насыщения:

$$I_{max1.1} = I_{max проб}\frac{{E_1}^2}{{E_0}^2} = 16{,}7\ \text{мкА}$$

Заметим, что начальная фаза φ_0 никакого влияния на ток насыщения или задерживающее напряжение не оказывает.

1.2 Из уравнения (1) можно найти работу выхода пластины, используя характеристики пробной волны:

$$A_{вых} = h\frac{\omega_{проб}}{2\pi} - eU_{з\ проб} = 6{,}82 \cdot 10^{-19}\text{Дж} = 4{,}26\ \text{эВ}$$

Тогда, аналогично, задерживающее напряжение можно рассчитать следующим образом:

$$U_{з\ 1.2} = \frac{1}{e}\left(h\frac{\omega'}{2\pi} - A_{вых}\right) = 1{,}01\ \text{В}$$

Используя отношения (2) составим пропорцию для нахождения тока насыщения:

$$\frac{I_{max проб}}{I_{max1.2}} = \frac{{E_0}^2/\omega}{{E_0}^2/\omega'} = \frac{\omega'}{\omega}$$

Откуда находим ток насыщения:

$$I_{\max 1.2} = I_{\max\text{проб}} \frac{\omega}{\omega'} = 7{,}13\ \text{мкА}$$

2. Сложные волны

2.1. Задерживающее напряжение и ток насыщения.

2.1.a) Используя формулу приведения: $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right)$, получаем, что падающее поле можно представить в виде суммы двух плоских волн с амплитудой $E_0/2$:

$$E(t) = \frac{E_0}{2}\cos\left((\omega_1+\omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2\right) + \frac{E_0}{2}\cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2\right)$$

Задерживающее напряжение определяется максимальной кинетической энергией вылетающих электронов, которые будут обусловлены волной с максимальной частотой. Из уравнения фотоэффекта получим:

$$U_{з\,2.1} = \frac{1}{e}\left(h\frac{\omega_1+\omega_2}{2\pi} - A_{\text{вых}}\right) = 2{,}10\ \text{В}$$

Аналогично соотношению (2) получаем пропорциональность (здесь важно помнить, что квантовый выход считаем не зависящим от частоты):

$$I_{\max 2.1} \propto N_e \propto N_ф \propto \frac{w_1}{h(\nu_1+\nu_2)} + \frac{w_2}{h(\nu_1-\nu_2)} \propto \frac{(E_0/2)^2}{\omega_1+\omega_2} + \frac{(E_0/2)^2}{\omega_1-\omega_2}$$

Приводя выражение к общему знаменателю и составляя пропорцию:

$$\frac{I_{\max 2.1}}{I_{\max\text{проб}}} = \frac{\dfrac{{E_0}^2\omega_1}{2({\omega_1}^2-{\omega_2}^2)}}{{E_0}^2/\omega} = \frac{\omega_1\omega}{2({\omega_1}^2-{\omega_2}^2)}$$

Отсюда находим ток насыщения:

$$I_{\max 2.1} = \frac{\omega_1\omega I_{\max\text{проб}}}{2({\omega_1}^2-{\omega_2}^2)} = 3{,}00\ \text{мкА}$$

2.1.b) Снова используя формулу для произведения косинусов, как в пункте 2.1, получим:

$$E(t) = E_0\cos(\omega t + \varphi_0) + \frac{E_0}{2}\cos(2\omega t + \varphi_0) + \frac{E_0}{2}\cos(\varphi_0)$$

Не учитывая последнюю постоянную «фоновую» составляющую, получаем, как и в пункте 2.1 суперпозицию двух плоских волн с частотами ω и 2ω, амплитудами E_0 и $E_0/2$ соответственно.

Аналогично пункту 2.1 задерживающее напряжение определяется максимальной частотой:

$$U_{з\,2.2} = \frac{1}{e}\left(h\frac{2\omega}{2\pi} - A_{\text{вых}}\right) = 8{,}25\ \text{В}$$

Так же аналогичную пропорцию получаем и для тока насыщения:

$$\frac{I_{\max 2.2}}{I_{\max\text{проб}}} = \frac{\dfrac{{E_0}^2}{\omega} + \dfrac{(E_0/2)^2}{2\omega}}{{E_0}^2/\omega} = \frac{9}{8}$$

Отсюда ток насыщения равен:

$$I_{\max 2.2} = \frac{9}{8}I_{\max\text{проб}} = 6{,}75\ \text{мкА}$$

2.2. Для каждой отдельной плоской волны зависимость тока в цепи от напряжения будет иметь вид, аналогичный представленному в условии для пробной волны, но со своими значениями тока насыщения и задерживающего напряжения. График для суперпозиции волн можно получить, просуммировав значения графиков отдельных волн.

В пункте 2.1.а) способом, описанным в предыдущих пунктах, можно получить:

- Для составляющей $\frac{E_0}{2}\cos\left((\omega_1+\omega_2)t+\varphi_1+\varphi_2\right)$:
  Задерживающее напряжение $U_{з\,1}$ = 2,10 В
  Ток насыщения $I_{max\,1}$ = 1,48 мкА
- Для составляющей $\frac{E_0}{2}\cos\left((\omega_1-\omega_2)t+\varphi_1-\varphi_2\right)$:
  Задерживающее напряжение $U_{з\,2}$ = 1,90 В
  Ток насыщения $I_{max\,2}$ = 1,52 мкА

На рисунке 1 пунктирными линиями изображены зависимости тока в цепи от приложенного напряжения для каждой из двух составляющих, сплошной линией – искомая «полная» зависимость.

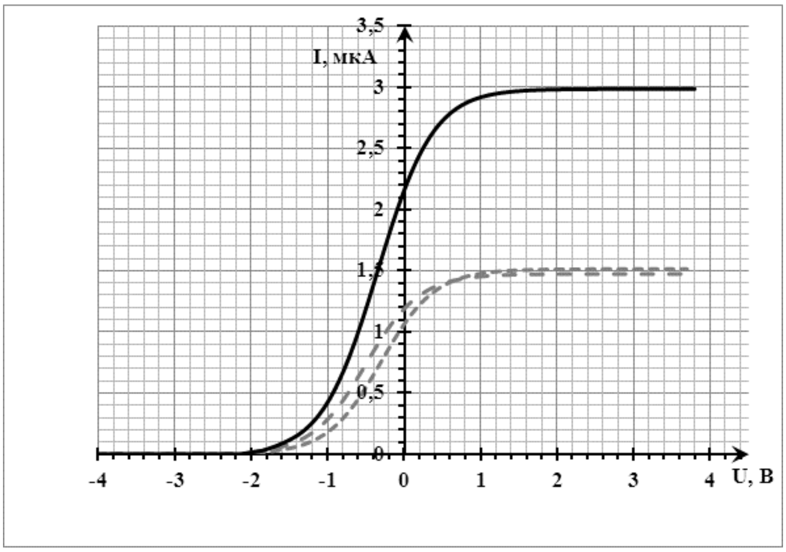
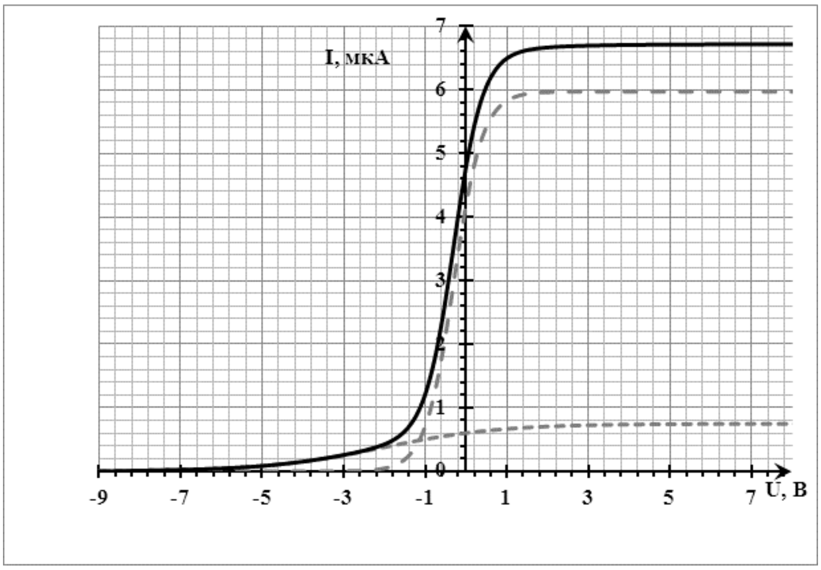


Рисунок 2 - Примерная зависимость силы тока в цепи от приложенного напряжения для случая 2.1.а

Все ключевые значения уже указаны и легко находятся на рисунке из указанного масштаба осей.

В пункте 2.1.b):

Для составляющей $E_0\cos(\omega t+\varphi_0)$, полностью совпадающей с пробной волной:
Задерживающее напряжение $U_{з\,1}$ = 2,0 В
Ток насыщения
$I_{max\,1}$ = 6,0 мкА
Для составляющей $\frac{E_0}{2}\cos(2\omega t+\varphi_0)$:
Задерживающее напряжение $U_{з\,1}$ = 8,25 В
Ток насыщения
$I_{max\,1}$ = 0,75 мкА
Примерный вид зависимости для пункта 2.1.b приведен на рисунке 2.



3. Квантовый выход

3.1. По определению, квантовый выход – отношение количества вылетевших электронов к количеству падающих фотонов. Количество вылетевших электронов за некоторое время t можно найти, используя значение тока насыщения:

$$N_{эл} = \frac{Q}{e} = \frac{I_{max}t}{e}$$

Где Q – заряд, прошедший по цепи за время t в режиме насыщения, e – заряд электрона.

Найдем количество падающих за некоторое время t фотонов. Плотность энергии электромагнитного поля для пробной волны равна $w = \frac{\varepsilon_0 E_0{}^2}{2}$, тогда в единице объема находится $n_ф = \frac{w}{h\nu} = \frac{\pi\varepsilon_0 E_0{}^2}{h\omega}$ фотонов. Они падают на пластину площадью S со скоростью света c под углом α к пластине, тогда за время t количество попавших на пластину фотонов равно:

$$N_ф = n_ф \cdot ct \cdot S\sin\alpha = \frac{\pi\varepsilon_0 E_0{}^2 ctS\sin\alpha}{h\omega}$$

Тогда квантовый выход можно рассчитать по формуле:

$$Y = \frac{N_{эл}}{N_ф} = \frac{h\omega I_{max}}{e\pi\varepsilon_0 E_0{}^2 cS\sin\alpha} \qquad (3)$$

Подставляя характеристики пробной волны, получим:

$$Y = 0{,}00503$$

3.2. По данным измерения задерживающего напряжения можно получить частоты падающего излучения. Действительно, из уравнения (1):

$$\omega = \frac{2\pi}{h}(eU_з + A_{вых})$$

Работа выхода определяется из характеристик пробной волны и уже была найдена в пункте 1.2.

Найденные значения частоты для каждого измерения можно записать в таблицу. Далее, зная частоту излучения, его амплитуду (она по условию постоянна и равна 15 В/м) и частоту, а также ток насыщения, по формуле (3) можем рассчитать квантовый выход для каждого падающей волны. Данные вычислений занесем в таблицу:

Таблица 1 - Результаты вычислений квантового выхода

№ опыта	$U_з$, В	I_{max}, мкА	$\omega\cdot10^{15}$, рад/с	Y
1	0,7	1,5	7,53	0,000996
2	1,3	4,5	8,44	0,00335
3	1,7	5,5	9,05	0,00439
4	2,0	6,0	9,50	0,00503
5	2,4	6,5	10,1	0,00579
6	2,8	6,6	10,7	0,00623
7	3,1	6,5	11,2	0,00642
8	3,8	6,3	12,2	0,00678

По имеющимся данным построим график зависимости квантового выхода фотоэффекта от частоты.

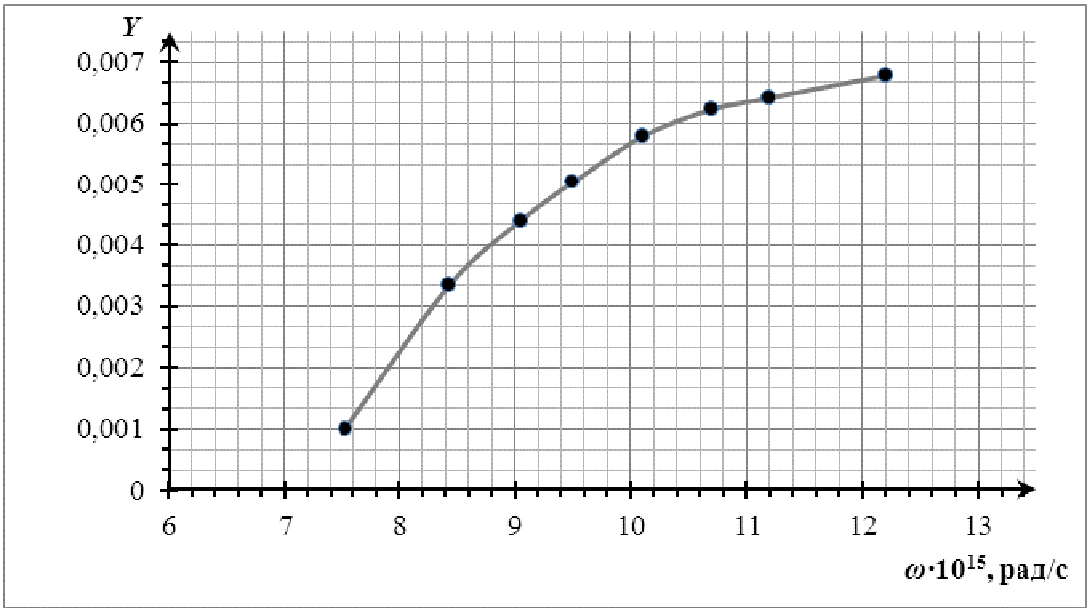


Рисунок 3 - График зависимости квантового выхода фотоэффекта от частоты

Видно, что квантовый выход увеличивается с увеличением частоты в заданном диапазоне, но темп этого роста уменьшается.

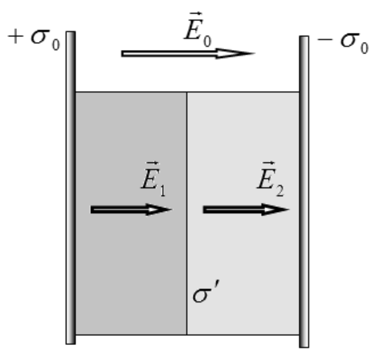
Задача 11-3

Часть 1. Переменная диэлектрическая проницаемость.

1.1.1 Описанную систему можно рассматривать как два конденсатора, соединенных последовательно. Используя формулу для электроемкости плоского конденсатора, запишем емкость составного конденсатора

$$\frac{1}{C}=\frac{h}{2\varepsilon_1\varepsilon_0 S}+\frac{h}{2\varepsilon_2\varepsilon_0 S}=\frac{h}{2\varepsilon_0 S}\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}\quad\Rightarrow\quad C=\frac{2\varepsilon_0 S}{h}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}. \qquad (1)$$

1.1.2 При помещении диэлектрика во внешнее поле на нем возникаю поляризационные заряды, которые изменяют поле внутри диэлектрика. Если силовые линии поля перпендикулярны границам диэлектрика, то напряженность поля внутри диэлектрика оказывается в ε раз меньше.



Обозначим напряженность поля, создаваемого только зарядами на пластинах $\vec{E}_0$, модуль которой связан с поверхностной плотностью зарядов на пластинах соотношением

$$\sigma_0=\varepsilon_0 E_0. \qquad (2)$$

Тогда напряженности полей внутри диэлектриков будут равны $\vec{E}_1=\dfrac{\vec{E}_0}{\varepsilon_1}, \vec{E}_2=\dfrac{\vec{E}_0}{\varepsilon_2}$. Разность потенциалов между пластинами (напряжение) может быть выражена через напряженности полей следующим образом

$$U_0=E_1\frac{h}{2}+E_2\frac{h}{2}=\frac{E_0}{\varepsilon_1}\frac{h}{2}+\frac{E_0}{\varepsilon_2}\frac{h}{2}=E_0\frac{h}{2}\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}. \qquad (3)$$

Откуда следует, что