Задача 11-2. Перераспределение зарядов.

1 Рассмотрим величину плотности тока внутри пластины. С одной стороны она определяется законом Ома (в дифференциальной форме):

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}. \qquad (1)$$

С другой стороны плотность тока можно выразить через концентрацию свободных электронов и их среднюю скорость

$$\vec{j} = e\bar{n}\vec{v}. \qquad (2)$$

Сравнивая эти выражения, получим

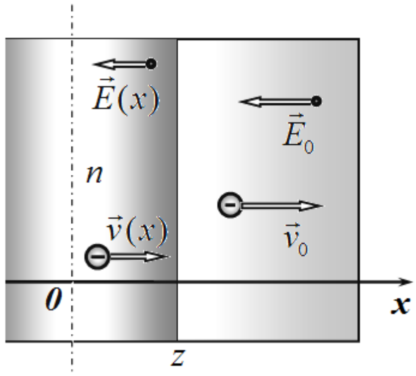
$$\vec{v} = \frac{1}{e\bar{n}\rho}\vec{E}. \qquad (3)$$

Таким образом, подвижность электронов равна

$$\beta = \frac{1}{e\bar{n}\rho}. \qquad (4)$$

Для дальнейшего решения задачи необходимо рассмотреть две стадии процесса: первая – область избыточной концентрации не достигла поверхности пластины; вторая – после того, как первые электроны достигли поверхности пластины.

2 Итак, пусть область избыточной концентрации распространилась на расстояние $z < h$ (рис.). Вне этой области $x > z$ напряженность поля остается неизменной и равной



$$E_0 = \frac{n_0 e z_0}{\varepsilon_0}. \qquad (5)$$

Действительно, она определяется зарядом, который находится на расстоянии от центра меньшим чем x, то есть всеми избыточными электронами.

Поэтому в этой области скорости всех свободных (собственных) электронов, следовательно, плотность тока будут одинаковыми во всех точках. Поэтому в этой области избыточных зарядов возникать не будет. Кроме того, заряды, накапливающиеся на сторонах пластины, не влияют на поле внутри нее, поэтому при описании движения избыточных электронов свободные электроны можно не принимать во внимание.

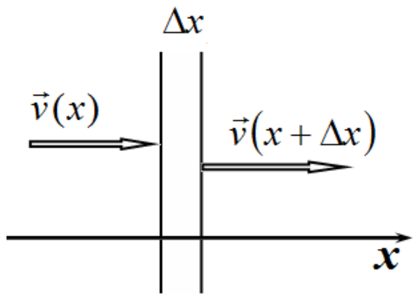
Предположим (<u>и это является основой дальнейшего описания</u>!), что в процессе перераспределения на избыточных электронов их концентрация n одинакова во всех точках области $|x| < z$ (но изменяется с течением времени). Тогда, как было показано ранее, напряженность электрического поля будет зависеть от координаты по закону

$$E(x) = \frac{nex}{\varepsilon_0}. \qquad (5)$$

Аналогично будет изменяться и скорость электронов

$$v(x) = \beta E(x) = \frac{1}{e\bar{n}\rho}\frac{nex}{\varepsilon_0} = \frac{n}{\bar{n}}\frac{1}{\rho\varepsilon_0}x. \qquad (6)$$

Рассмотрим теперь тонкий слой толщиной Δx, находящийся внутри рассматриваемой области. Изменение концентрации в этом слое описывается уравнением (смысл которого – разность между пришедшими и ушедшими электронами)



$$\Delta n = \frac{nv(x) - nv(x+\Delta x)}{\Delta x}\Delta t = -\frac{n^2}{\bar{n}}\frac{1}{\rho\varepsilon_0}\Delta t. \qquad (7)$$

Важно отметить, что во всех точках концентрация изменяется одинаково, поэтому если в начальный момент времени распределение избыточных электронов было однородным, то оно и будет оставаться однородным и далее! <u>Что доказывает сделанное предположение</u>!

Понятно, что скорость движения границы определяется скоростью электронов, которые расположены на этой границе, поэтому

$$v_Z = v(z) = \beta E(x) = \frac{n}{\bar{n}}\frac{1}{\rho\varepsilon_0}z = \frac{n_0 z_0}{\bar{n}\rho\varepsilon_0} \qquad (7)$$

Как следует из этого выражения, скорость движения границы не зависит от времени.

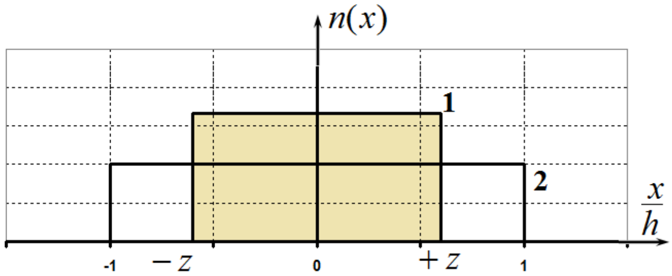
3. Таким образом, мы показали, что распределение избыточных электронов внутри области $|x| < z$ является однородным. Так как общее число избыточных электронов остается постоянным, то эта концентрация определяется очевидной формулой

$$n(t) = \frac{n_0 z_0}{z(t)} = \frac{n_0 z_0}{z_0 + \frac{n_0 z_0}{\bar{n}\rho\varepsilon_0}t} = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{\bar{n}\rho\varepsilon_0}t}. \qquad (9)$$

В области $|x| > 0$ концентрация избыточных электронов равна нулю. Отметим, что функция (9) также является решением дифференциального уравнения (7)

Теперь обсудим поведение избыточных электронов после того, как граница области их расположения достигла краев пластины. Как уже было отмечено, заряды на сторонах пластины не влияют на поле внутри, поэтому изменение концентрации электронов будет определяться, по-прежнему, формулой (8). Однако, на этом этапе часть электронов окажется на сторонах пластины, так, что суммарное число избыточных электронов внутри пластины будет уменьшаться.

Графики зависимости распределения $n(x)$ представляют собой прямоугольники 1- граница области избыточных электронов не достигла сторон пластины; 2- после того, часть избыточных электронов оказалась на границе.



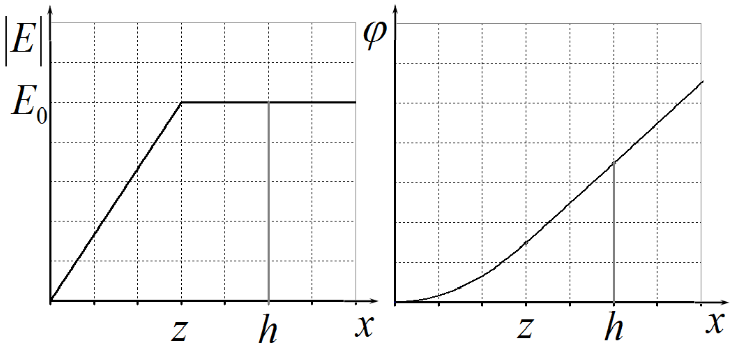
4. Прежде всего, рассмотрим распределение модуля напряженности электрического поля. Вне области расположения избыточных зарядов напряженность поля постоянна и равна

$$E_0 = \frac{n_0 e z_0}{\varepsilon_0}.$$

В области с равномерно распределенным зарядом напряженность поля линейно возрастает от нуля до E_0. Следовательно, зависимость напряженности поля от координаты x имеет вид

$$E = E_0 \frac{x}{z}. \qquad (10)$$

График этой зависимости имеют вид показанный на рисунке (так как распределение зарядов симметрично относительно начала координат, то достаточно рассмотреть область $x > 0$). Примем потенциал в центре пластины равным нулю. Учитывая связь между разностью потенциалов м напряженностью $\Delta\varphi = -E\Delta x$, можем определить потенциал в произвольной точке, как площадь под графиком зависимости $|E(x)|$ - не забывайте, что электроны имеют отрицательный заряд. Следовательно, в области избыточных электронов $x < z$ потенциал возрастает квадратично

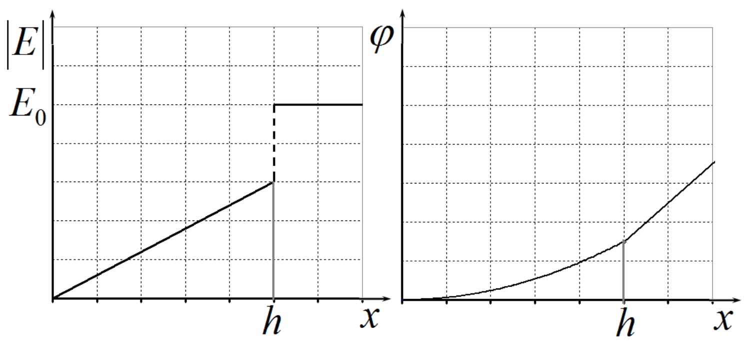


$$\varphi(x) = E_0 \frac{x^2}{2z} \qquad (11)$$

А вне этой области возрастает по линейному закону

$$\varphi(x) = E_0 \frac{z}{2} + E_0 (x - z) = E_0 \left(x - \frac{z}{2} \right) \qquad (12)$$

«разбегания зарядов». Несколько иная картина будет в том случае, когда избыточные заряды начнут накапливаться на сторонах пластины. Напряженность поля внутри пластины будет нарастать медленнее, поэтому непосредственно у края напряженность будет меньше, чем E_0. Затем благодаря накопившимся поверхностным зарядам, при переходе через край пластины испытывать скачок до значения E_0. Зависимость потенциала от координаты в этой точке будет иметь излом.



5. Зависимость концентрации от времени определяется функцией (9), поэтому, строго говоря, время «разбегания» зарядов равно бесконечности. Однако, всегда можно ввести некое характерное время. Например. можно найти время в течение которого, концентрация убывает в 2 раза (своеобразный «период полураспада»). Полагая в формуле (9) $n = \frac{n_0}{2}$, находим

$$T_{1/2} = \frac{\bar{n}\rho\varepsilon_0}{n_0} \qquad (13)$$

Интересно отметить, что найденное время зависит от начальной концентрации избыточных электронов. Такой результат типичен, если распад не является линейным.