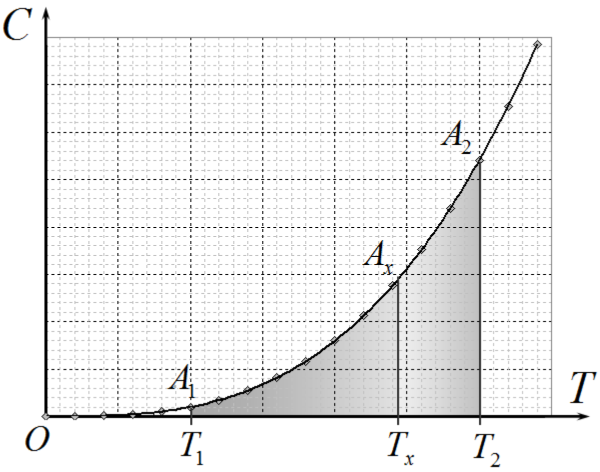
*Решения задач.*

## 9 класс

## Задание 1. Разминка.

### Задача 1.1 «Низкотемпературный тепловой контакт»




**1.1** Для решения задачи следует сообразить, что площадь под графиком зависимости теплоемкости от температуры $C(T)$ численно равна количеству переданной теплоты. Изобразим схематически график зависимости теплоемкости брусков от температуры. Отметим на нем начальные температуры $T_1, T_2$, а также искомую температуру теплового равновесия $T_x$. Так как тепловые потери отсутствуют, то количество теплоты, отданное вторым (более «горячим») бруском, равно количеству теплоты, полученным первым бруском. Графически это означает, что площади криволинейных трапеций под графиком зависимости $C(T)$ в интервалах $[T_x, T_2]$ и $[T_1, T_x]$ должны быть равны:

$$S_{1x} = S_{x2}\,. \tag{1}$$

Эти площади могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} S_{1x} &= S_{0x} - S_{01} = \frac{1}{4}\alpha T_x^4 - \frac{1}{4}\alpha T_1^4 \\ S_{2x} &= S_{02} - S_{0x} = \frac{1}{4}\alpha T_2^4 - \frac{1}{4}\alpha T_x^4 \end{aligned}, \tag{2}$$

Здесь $S_{01}$ площадь под графиков в интервале от нуля до $T_1$, которая согласно приведенной в условии подсказке равна $S_{01} = \frac{1}{4}\alpha T_1^4$. Остальные площади, входящие в формулы (2) определяются аналогично.

Из приведенных формул следует, что

$$\frac{1}{4}\alpha T_x^4 - \frac{1}{4}\alpha T_1^4 = \frac{1}{4}\alpha T_2^4 - \frac{1}{4}\alpha T_x^4 \quad \Rightarrow \quad T_x = \sqrt[4]{\frac{T_1^4 + T_2^4}{2}} = 2{,}5°K\,. \tag{3}$$

**Задача 1.2. «Локатор»**

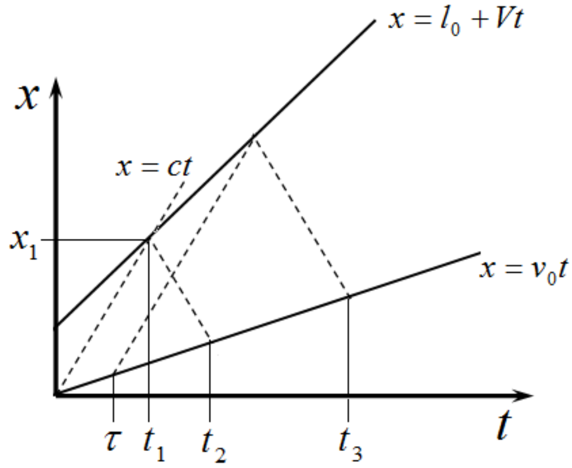
Проще и нагляднее решить данную задачу, построив схематический график законов движения машин и сигналов. Эти законы движения имеют вид:

- машины инспектора (считаем, что первый сигнал послан в момент времени $t = 0$):

$$x = v_0 t\ ; \qquad (1)$$

- машины нарушителя (считаем, что начальное расстояние между машинами равно $l_0$):

$x = l_0 + Vt$ ;




(2)

- первого сигнала

$$x = ct\,. \qquad (3)$$

Сигнал догонит машину нарушителя в момент времени $t_1$, удовлетворяющий уравнению

$$l_0 + Vt_1 = ct_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{l_0}{c - V}\,. \qquad (4)$$

в точке с координатой

$$x_1 = ct_1 = \frac{c}{c - V} l_0 \qquad (5)$$

Закон движения отраженного сигнала записывается в виде

$$x = x_1 - c(t - t_1) = 2x_1 - ct = 2\frac{c}{c - V} l_0 - ct\,. \qquad (6)$$

Этот отраженный сигнал встретится с машиной ГАИ в момент времени $t_2$, удовлетворяющей условию

$$2\frac{c}{c - V} l_0 - ct_2 = v_0 t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 2\frac{c}{(c - V)(c + v_0)} l_0\,. \qquad (7)$$

Второй сигнал послан в момент времени $\tau$, когда расстояние между автомобилями стало равным $\left(l_0 + (V - v_0)\tau\right)$, поэтому он вернется к машине ГАИ в момент времени $t_3$, который может быть найден с помощью формулы (7):

$$t_3 = \tau + 2\frac{c}{(c - V)(c + v_0)}\left(l_0 + (V - v_0)\tau\right) = \tau + t_2 + 2\frac{c(V - v_0)}{(c - V)(c + v_0)}\tau\,. \qquad (8)$$

Таким образом, время между возвращения двух последовательных импульсов равно

$$\tau' = t_3 - t_2 = \tau + 2\frac{c(V - v_0)}{(c - V)(c + v_0)}\tau\,. \qquad (9)$$

Учитывая, что скорость сигнала значительно больше скорости автомобилей, формула (9) упрощается до

$$\tau' \approx \tau + 2\frac{(V - v_0)}{c}\tau\,. \qquad (10)$$

**Задача 1.3. «Ф – сопротивление»**

1. Рассмотрим цепь Фёдора при подключении источника напряжения в точках $A$ и $B$ цепи (рис. 2). Полное сопротивление цепи при этом найдем из равенства

$$R_{AB} = R + R_{GH} + R . \qquad (1)$$

Сопротивление участка цепи $R_{GH}$ между точками $G$ и $H$ найдем из условия параллельного соединения проводников

$$\frac{1}{R_{GH}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} = \frac{5}{3R} \quad \Rightarrow \quad R_{GH} = \frac{3}{5}R . \qquad (2)$$

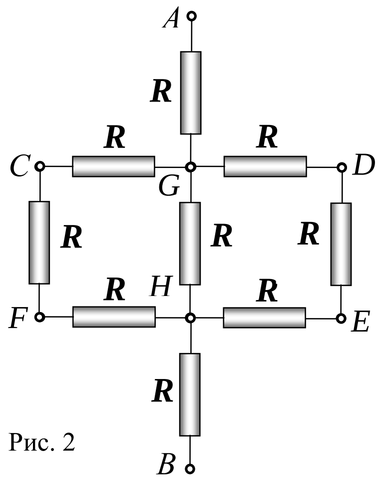



Рис. 2

Используя (1) и (2), находим полное сопротивление $R_{AB}$ цепи в этом случае и мощность $P_{AB}$, выделяемую схемой в данном случае

$$R_{AB} = 2R + \frac{3}{5}R = \frac{13}{5}R , \qquad (3)$$

$$P_{AB} = \frac{U^2}{R_{AB}} = \frac{5U^2}{13R} . \qquad (4)$$

Из (4) находим номинал сопротивления, которое использовал Федя

$$R = \frac{5U^2}{13P_{AB}} = 10\,\text{Ом} . \qquad (5)$$

2. При подключении цепи в точках $C$ и $D$ сопротивления $AG$ и $BH$ (см. рис. 2) оказываются «бесполезными», поскольку ток по ним не идёт. После их удаления схема для расчёта сопротивления упрощается и принимает вид, как на рисунке 3. Кроме того, сопротивление $GH$ в этом случае также можно отбросить, поскольку оно подключено в точках равных потенциалов и ток по нему не идет. Окончательный вид схемы для расчёта сопротивления приведен на рисунке 3.

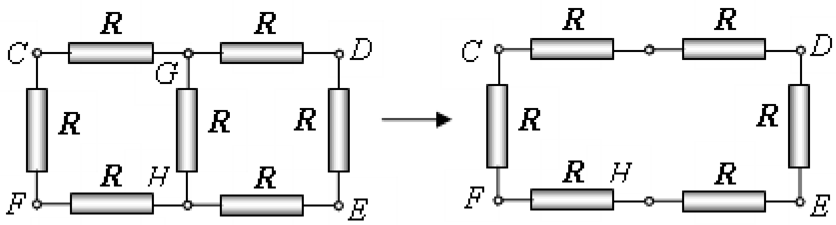



Рис. 3

В этом случае имеем

$$R_{CD} = \frac{2R \cdot 4R}{2R + 4R} = \frac{4}{3}R . \qquad (6)$$

И для мощности, соответственно,

$$P_{CD} = \frac{U^2}{R_{CD}} = \frac{3U^2}{4R} = 13\,\text{Вт} . \qquad (7)$$

3. При одновременном подключении двух источников напряжения к клеммам $A - B$ и $C - D$ схемы Феди сила тока в каждой из ветвей схемы будет равна сумме сил токов, даваемых в данную ветвь каждым источником по отдельности

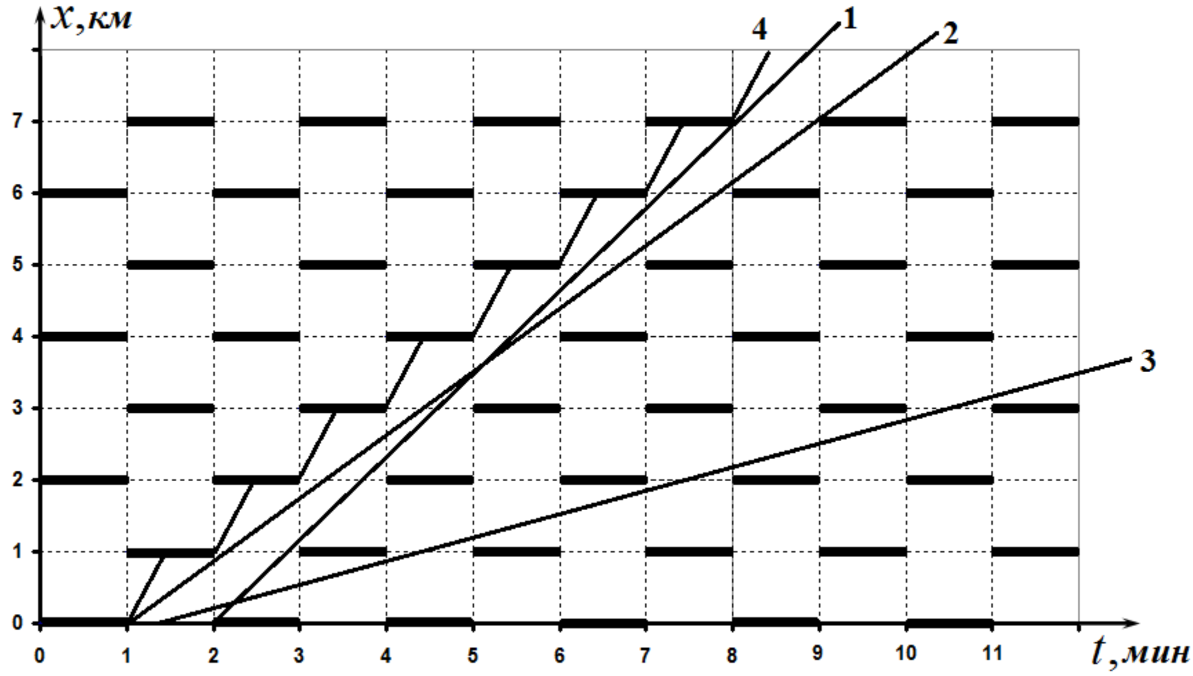
$$I_{AB+CD} = I_{AB} + I_{CD} . \qquad (8)$$

Это следует из того, что закон Ома носит линейный характер и «закреплено» соответствующим принципом суперпозиции для нескольких источников напряжения в одной цепи. Однако тепловая мощность в данной ветви пропорциональна квадрату силы тока в ней $P_{AB+CD} \sim I^2_{AB+CD}$, который не будет равен сумме квадратов токов ($I^2_{AB+CD} = I^2_{AB} + I^2_{CD} + 2I_{AB}I_{AD}$) от каждого источника напряжения по отдельности. Следовательно, утверждать, что в этом случае тепловая мощность

$P_{AB+CD}$, выделяемая в схеме, будет равна сумме мощностей $P_{AB}$ и $P_{CD}$ нельзя. Для этого требуется отдельный пересчёт.

## Задание 2. Автомобили и светофоры

**2.1** На рисунке показана диаграмма, показывающая времена закрытых светофоров.




На этой же диаграмме можно строить законы движения автомобилей и велосипедистов, которые представляют отрезки прямых линий. Понятно, что эти прямые не должны пересекать отрезки запрещающих сигналов светофоров.

**2.2** Прямы 1 и 2 на диаграмме показывают возможные варианты движения автомобилей без остановок на светофорах. Прямая 1 соответствует максимальной скорости (автомобиль пресекает линию светофора на въезде в последний момент открытого интервала, а линию последнего – в момент зажигания зеленого). В этом случае он потратит на проезд время $t_1 = 6{,}0\text{мин}$, поэтому его скорость оказывается равной