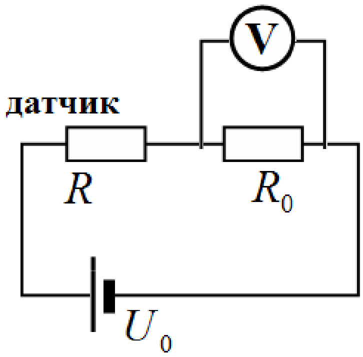
Задание 9-1. «Разминка»

Задача 1.1



Подключим датчик температуры к источнику. Так как сопротивление датчика убывает с ростом температуры, то в цепи будет возрастать сила тока, поэтому надо измерять некоторое напряжение, которое пропорционально силе тока в цепи. Для этого подключим в цепь последовательно еще один резистор, напряжение на котором будем измерять. В этой цепи показания вольтметра легко рассчитываются

$$U = IR_0 = \frac{U_0}{R + R_0} R_0 . \quad (1)$$

Если подставить зависимость сопротивления датчика от температуры, то получим зависимость измеряемого напряжения от температуры:

$$U = \frac{U_0}{R + R_0} R_0 = \frac{U_0}{\frac{a - bt}{t} + R_0} R_0 = \frac{U_0}{\frac{a}{t} + (R_0 - b)} R_0 . \quad (2)$$

Легко заметить, что при $R_0 = b = 800 Ом$, измеряемое напряжение будет прямо пропорционально температуре

$$U = \frac{U_0}{\frac{a}{t} + (R_0 - b)} R_0 = \frac{U_0 b}{a} t . \quad (3)$$

В этой формуле коэффициент пропорциональности должен быть равным 1, отсюда находим значение напряжения источника:

$$\frac{U_0 b}{a} = 1 \quad \Rightarrow \quad U_0 = \frac{a}{b} = 65 мВ . \quad (4)$$

Задача 1.2

1.2.1 В трубке останется воздух. При уменьшении температуры воздух начнет сжиматься, а вода частично заходить в трубку. При этом будет уменьшаться сила Архимеда, Следовательно, ареометр начнет опускаться.
Изменение объема воздуха описывается формулой (2), на основании которой можно записать

$$\Delta V = \frac{\pi D^2}{4} l \alpha_2 \Delta t . \quad (1)$$

Чтобы сила Архимеда осталось прежней, ареометр должен погрузиться на такую глубину, чтобы объем его погруженной части остался неизменным. Из этого условия следует

$$\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} \Delta h . \quad (2)$$

Приравнивая эти выражение, получим

$$\frac{\pi D^2}{4} l \alpha_2 \Delta t = \frac{\pi d^2}{4} \Delta h \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta h}{\Delta t} = l \frac{D^2}{d^2} \alpha_2 \quad (3)$$

Отметим, что в этом случае можно пренебречь тепловым расширением воды.

1.2.2 При закрытой трубке основной причиной изменения глубины погружения будет изменение плотности воды. Так как при остывании ее плотность будет увеличиваться, то ареометр начнет всплывать.

Изменение плотности воды можно выразить через коэффициент объемного расширения. Возьмем порцию воды некоторой постоянной массы. Так как масса при нагревании не изменяется, то можно записать

$$(\rho_0 + \Delta\rho)(V_0 + \Delta V) = \rho_0 V_0 . \tag{4}$$

Здесь V_0 - объем выбранной порции, ρ_0 - ее плотность при некоторой начальной температуре, $\Delta V, \Delta\rho$ - их изменение при изменении температуры.

Раскрывая скобки и пренебрегая малой величиной $\Delta\rho\Delta\rho$, получим

$$\rho_0 \Delta V + \Delta\rho V_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = -\frac{\Delta V}{V_0} = -\alpha_1 \Delta t . \tag{5}$$

Знак минус указывает, что при увеличении объема плотность уменьшается и наоборот.

Так как масса ареометра не изменяется, то остается неизменной сила Архимеда, следовательно,

$$(\rho_0 + \Delta\rho)(V_0 + \Delta V) = \rho_0 V_0 . \tag{6}$$

Уравнение совпадает уравнением (4), но смысл его другой: V_0 - объем погруженной части ареометра при начальной температуре, который можно считать равным объему баллона; ρ_0 - плотность при этой температуре, $\Delta\rho$ - изменение плотности воды;

$$\Delta V = -\frac{\pi d^2}{4} \Delta h \tag{7}$$

- изменение объема погруженной части (знак минус указывает, что при увеличении h объем погруженной части уменьшается).

Из уравнения (6) следует

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{\Delta\rho}{\rho_0} .$$

Подставляя выражения 95) и (7) получим

$$-\frac{\pi d^2}{4V_0} \Delta h = \alpha_1 \Delta t \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta h}{\Delta t} = -\alpha_1 \frac{4V_0}{\pi d^2} . \tag{8}$$