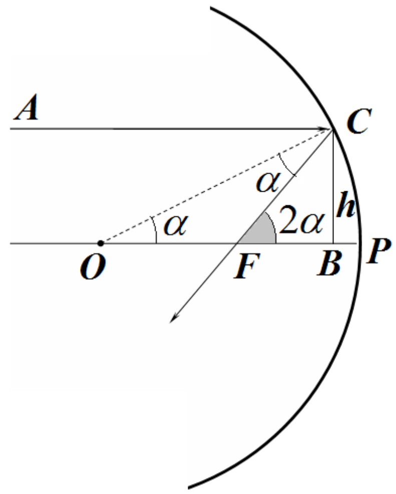
Задача 10-2 Сферическое зеркало.

1.1 Рассмотрим произвольный луч AC, идущий параллельно оптической оси. Отраженный луч - CF



Из закона отражения света и свойства внешнего угла треугольника следует, что

$$\angle CFP = 2\angle COP\,.$$

Из треугольника OCD можно выразить

$$h = R\sin\alpha \approx R\alpha \qquad (1)$$

При малых углах точка B практически совпадает с оптическим центром линзы P. Для треугольника FCB справедливо равенство

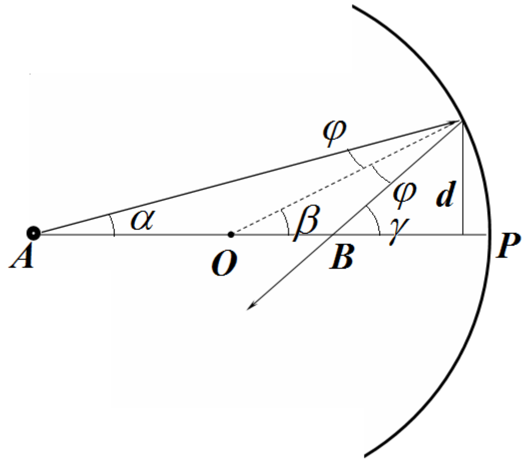
$$h = F\,tg2\alpha \approx 2F\alpha\,. \qquad (2)$$

Приравнивая (1) и (2), находим, что

$$F = \frac{R}{2}, \qquad (3)$$

Независимо от h, поэтому все лучи после отражения проходят через эту точку – следовательно, это и есть фокус.

1.2 На рисунке $AP = a$ - расстояние от источника до зеркала; $BP = b$ - расстояние от изображения до линзы; $OP = R$. Смотрим внимательно на углы, по свойствам треугольников и закону отражения записываем



$$\begin{cases}\beta = \alpha + \phi \\ \gamma = \beta + \varphi\end{cases} \Rightarrow \quad 2\beta = \alpha + \gamma\,. \qquad (4)$$

Также можно записать

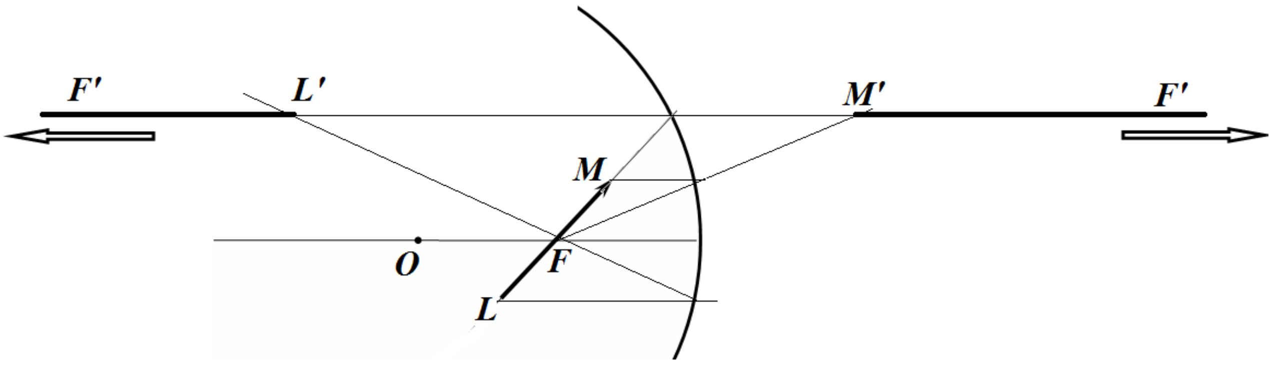
$$\begin{aligned} a\alpha &= d \\ R\beta &= d\,. \\ a\gamma &= d \end{aligned} \qquad (5)$$

Из (5) выражаем углы и подставляем в (4), и получаем формулу зеркала

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\,. \qquad (6)$$

Независимо от выходящего из точки A луча, следовательно, B есть изображение точки A.

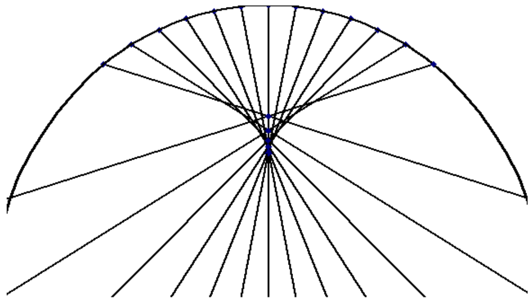
1.3 Изображение строится традиционными методами. Проводим прямую вдоль стрелки LM - отраженный луч параллельно оптической оси – все точки изображения на этой прямой. Находим изображение M: луч параллельно оптической оси – отраженный через фокус, продолжение луча до пресечения с первым лучом – получаем изображение M'. Аналогично



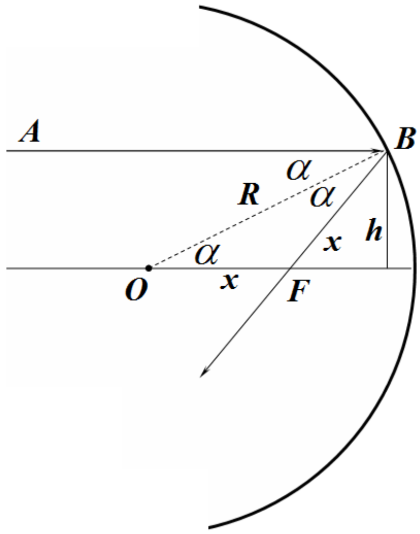
для точки L. Изображение фокуса «убегает» на бесконечность, причем в обе стороны. Таким образом, получаем разорванное бесконечное изображение.

Часть 2. «Аберрационная …дальние лучи»

2.1 ход отраженных лучей показан на рисунке.



2.2 Рассмотрим ход произвольного луча AB без использования параксиального приближения.



Из закона отражения следует, что треугольник OBF равнобедренный, поэтому

$$R = 2x\cos\alpha \qquad (7)$$

Где x – расстояние от центра зеркала до фокуса. Также запишем

$$h = R\sin\alpha\,. \qquad (8)$$

Исключая из этих выражений угол α, получим

$$\left(\frac{R}{2x}\right)^2 + \left(\frac{h}{R}\right)^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{R}{2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}}\,. \qquad (9)$$

Тогда

$$F_1 = R - x = R - \frac{R}{2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}}\,. \qquad (10)$$

Действительно расстояние зависит от параметра луча h. При малых h получаем найденное в параксиальном приближении значение фокусного расстояния.

2.3 Из формулы (9) следует, что x всегда больше $\frac{R}{2}$, т.е. отраженный луч приближается к зеркалу. Единственная возможность, чтобы аберрация луча стала равной 100%, $F_1 - F_0 = \frac{R}{2}$, или $x = R$. Это возможно при $\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}} = 2 \;\Rightarrow\; h = R\frac{\sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; \alpha = 60°$. В этом случае отраженный луч попадает в оптический центр зеркала P.