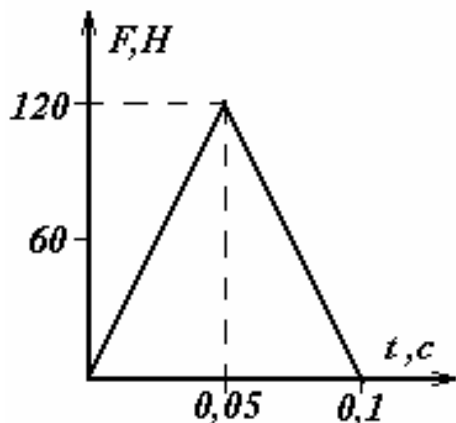


Условие

2. Луна находится в первой и последней четвертях, если при наблюдении с Земли видно, что ровно половина диска Луны освещена Солнцем.

2. Во время удара по мячу сила давления ноги футболиста на мяч меняется со временем так, как показано на графике. Предполагая, что сила давления направлена все время вертикально, определите высоту максимального подъема мяча. Масса мяча $m = 400$ г. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$.



Решение

2. Сила, действующая на подвешенную пластину, вычисляется с помощью «цепочки» формул

$$F = \frac{qE}{2} = \frac{S\sigma E}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} S = \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2h^2}, \quad (1)$$

где q - электрический заряд одной пластины, σ - поверхностная плотность заряда на пластине, $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ - напряженность поля, создаваемого одной пластиной (естественно, напряженность поля внутри конденсатора $E_1 = \frac{U}{h}$ в два раза больше). Условие равновесия пластины имеет вид

$$mg + \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2h^2} = k(l - l_0 - h), \quad (2)$$

где $(l - l_0 - h)$ - сила упругости пружины, l - расстояние от нижней неподвижной пластины до точки подвеса, l_0 - длина недеформированной пружины, h - расстояние между пластинами. Если напряжение между пластинами отсутствует, то $h = h_0$, тогда выполняется условие

$$mg = k(l - l_0 - h_0). \quad (3)$$

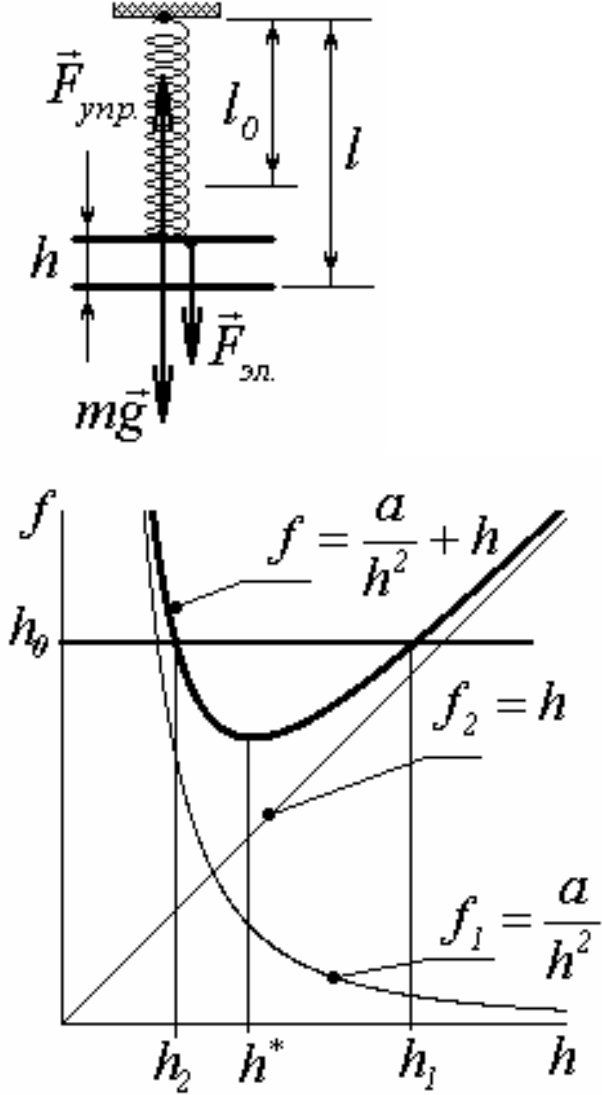
Из уравнений (2)-(3) следует

$$\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2h^2} = k(h_0 - h). \quad (4)$$

Пластины смогут находиться в положении равновесия, если уравнение (4) имеет корни, если в качестве неизвестной рассматривать величину h . Перепишем уравнение (4) в виде

$$\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2kh^2} + h = h_0 \quad (5)$$

и найдем минимум функции $f(h) = \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2kh^2} + h$. Производная от этой функции $f'(h) = -\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{kh^3} + 1$ обращается в нуль при $h = h^* = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{k}}$. Поэтому минимальное значение рассматриваемой функции определяется выражением $f_{min} = f(h^*) = \frac{3}{2}h^*$. Уравнение (4) и равносильное ему уравнение (5) будут иметь корни, если $f_{min} < h_0$. Таким образом, условия существования положения равновесия имеет вид



$$\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{k}} < h_0. \quad (6)$$

Из этого неравенства находим

$$U < \frac{8}{27} \frac{kh_0^3}{\varepsilon_0 S}. \quad (7)$$

Теперь необходимо убедиться, что хотя бы одно из решений уравнения (4) описывает устойчивое положение равновесия.

Для этого построим схематически графики зависимостей сил упругости пружины и силы электрического притяжения от расстояния между пластинами.

Легко показать, что большему корню h_1 соответствует положение устойчивого равновесия, а меньшему h_2 - положение неустойчивого равновесия.

Таким образом, при выполнении неравенства (7), пластины могут находиться на некотором расстоянии друг от друга.

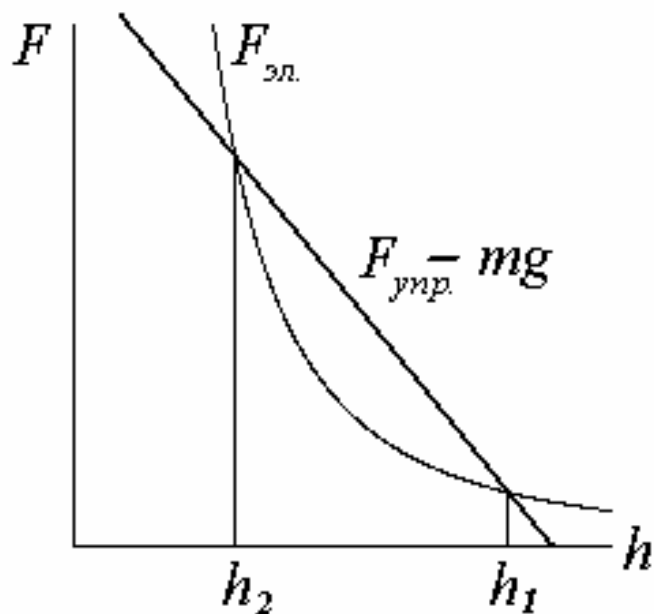


Схема оценивания.

Номер пункта	Содержание	баллы всего	в том числе за подпункты
1	Аналитическое условие равновесия (4)	5	
	- сила притяжения (1)		3
	- сила упругости		1
	- уравнение (4)		1
2	Условие существования корней	3	
	- анализ уравнения (4)		2
	- условие (7)		1
3	Доказательство устойчивости	2	
	итого	10	