

Повторим физику

Условие

Задание 1. «Повторим физику»



Данное задание представляет собой 5 не связанных между собой задач.

§1 Кинематика. Автомобиль движется по хорошей дороге с постоянной скоростью. На его пути встречаются два соприкасающихся участка одинаковой длины l худшего качества. На первом участке скорость автомобиля уменьшается в η_1 раз, а на втором в η_2 раз, по сравнению с «хорошей» дорогой. Автомобиль въехал на участок «плохой дороги» в момент времени t_1 , а покинул его в момент времени t_2 . Чему равна скорость автомобиля на «хорошей» дороге? Постройте примерный график зависимости $t(x)$ - момента времени, в который автомобиль находился в точке с координатой x .

Напоминание. Скорость точки связана с изменением координаты уравнением $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

§2 Динамика. Шайба массы m движется по гладкой горизонтальной поверхности. На пути шайбы встречаются два соприкасающихся участка одинаковой длины l шероховатой поверхности. На первом участке коэффициент трения шайбы о поверхность равен μ_1 , на втором - μ_2 . Чему была равна кинетическая энергия шайбы до въезда на шероховатые участки, если после их преодоления она стала равной E ? Постройте примерный график зависимости кинетической энергии шайбы от координаты x .

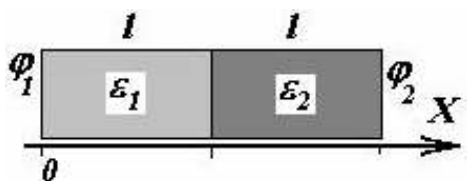
Напоминание. Действующая сила связана с изменением кинетической энергии уравнением

$$F = -\frac{\Delta E}{\Delta x}.$$

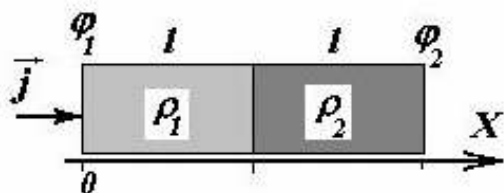
§3 Термодинамика. Плоскопараллельная составная пластина состоит из двух плотно прижатых друг к другу пластин одинаковой толщины l . Теплопроводность первой пластины равна γ_1 , второй - γ_2 . Температура левой стороны составной пластины постоянна и равна t_1 , температура правой стороны - t_2 . Чему равна плотность потока теплоты через пластины? Постройте примерный

график зависимости температуры пластины от координаты x . *Напоминание.* Плотность потока теплоты q - количество теплоты, которое перетекает через площадку единичной площади в единицу времени, рассчитывается по закону Фурье $q = -\gamma \frac{\Delta t}{\Delta x}$, где γ - коэффициент теплопроводности вещества.

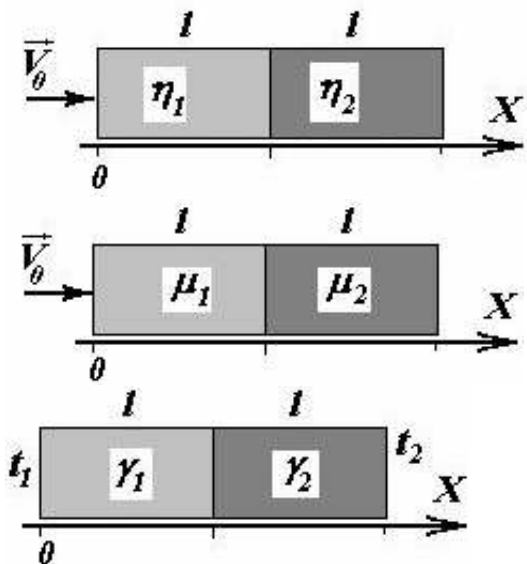
§4 Электростатика. Плоскопараллельная составная пластина состоит из двух плотно прижатых друг к другу непроводящих пластин одинаковой толщины l . Диэлектрическая проницаемость первой пластины равна ε_1 , второй - ε_2 . Потенциал левой стороны составной пластины равен φ_1 , потенциал правой стороны - φ_2 . Чему равны напряженности полей в каждой части пластины? Постройте примерный график зависимости потенциала электрического поля внутри пластины от координаты x . Электрические поля внутри каждой части однородны и направлены перпендикулярно плоскости пластин. *Напоминание.* Напряженность электрического поля связана с разностью потенциалов уравнением $E = -\frac{\Delta \varphi}{\Delta x}$.



§5 Постоянный электрический ток. Плоскопараллельная составная пластина состоит из двух плотно прижатых друг к другу слабо проводящих пластин одинаковой толщины l . Удельное электрическое сопротивление первой пластины равно ρ_1 , второй - ρ_2 . Потенциал левой стороны составной пластины равен φ_1 , потенциал правой стороны - φ_2 . Чему равна плотность электрического тока через пластину? Чему равна поверхностная плотность заряда на границе раздела пластин? Постройте примерный график зависимости потенциала электрического поля внутри пластины от координаты x . Электрические поля внутри каждой части однородны и направлены перпендикулярно плоскости пластин. *Напоминание. Плотность электрического тока (сила тока, протекающего через площадку единичной площади) поля связана с разностью потенциалов уравнением $j = -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$.*



Примечание. Остальные разделы физики повторим на следующей олимпиаде.



Решение

Задание 1. «Повторим физику»

Хотя на первый взгляд задания кажутся не связанными между собой, поскольку представляют разные разделы физики, однако их решение основано на одинаковой «математике». Ее можно условно назвать «уравнением неразрывности», требующим сохранения некоторой физической величины (в оригинале расхода воды) по всем поперечным сечениям потока

$$v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

§1 Из условия задачи следует соотношение для скоростей автомобиля на различных участках дороги

$$v_0 = v_1\eta_1 = v_2\eta_2, \quad (1)$$

Время движения находится из очевидного равенства, из которого следует выражение для начальной скорости автомобиля

$$t_2 - t_1 = \frac{l}{v_0/\eta_1} + \frac{l}{v_0/\eta_2} = (\eta_1 + \eta_2) \frac{l}{v_0} \Rightarrow v_0 = \frac{\eta_1 + \eta_2}{t_2 - t_1} l. \quad (2)$$

Искомый график зависимости $t(x)$ представляет собой два участка прямых с разными угловыми коэффициентами. На границе раздела плохих участков автомобиль будет в момент времени

$$t^* = t_1 + \frac{l}{V_1} = t_1 + \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} (t_2 - t_1). \quad (3)$$

§2. В процессе движения шайбы ее кинетическая энергия убывает под действием силы трения. Согласно теореме о кинетической энергии

$$\Delta E_K = A_{\text{ТР}}, \quad (4)$$

можно найти начальную энергию шайбы

$$E_0 = E + mgl(\mu_1 + \mu_2). \quad (5)$$

График зависимости кинетической энергии шайбы от координаты x представляет собой два участка прямых с разными угловыми коэффициентами. На границе раздела шероховатых участков энергия шайбы будет равна

$$E^* = E - \mu_2 mgl. \quad (6)$$

§3. В данном случае должен быть одинаковым поток теплоты вдоль стержня, т.е.

$$\gamma_1 \frac{\Delta t_1}{l} = \gamma_2 \frac{\Delta t_2}{l}, \quad (7)$$

кроме того, имеем очевидное уравнение

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = t_1 - t_2. \quad (8)$$

Решение системы (5)-(6) приводит к результату

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} (t_1 - t_2) \\ \Delta t_2 &= \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} (t_1 - t_2) \end{aligned}$$

Соответственно для плотности потока теплоты через пластину получим

$$q = \gamma_1 \frac{\Delta t_1}{l} = \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \cdot \frac{t_1 - t_2}{l}.$$

График зависимости температуры пластины от координаты x представляет собой два участка прямых с разными угловыми коэффициентами. Температура на границе раздела равна

$$t^* = t_1 - \Delta t_1 = t_1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} (t_1 - t_2).$$

Это уравнение можно привести к виду совпадающему с формулой (3)

$$t^* = t_1 + \frac{1/\gamma_1}{1/\gamma_1 + 1/\gamma_2} (t_2 - t_1).$$

§4. В данном случае имеем систему уравнений, полученную из граничных условий для напряженности электрического поля и связи между напряженностью и потенциалом

$$\begin{aligned} E_1 \varepsilon_1 &= E_2 \varepsilon_2 \\ E_1 l + E_2 l &= \varphi_1 - \varphi_2 \end{aligned}$$

где E_1 и E_2 — искомые напряженности полей соответственно в первой и второй пластинах. Решение системы (9) приводит к результату

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \\ E_2 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \end{aligned}$$

График зависимости потенциала электрического поля внутри пластины от координаты x представляет собой два участка прямых с разными угловыми коэффициентами. Потенциал границы раздела

$$\varphi^* = \varphi_1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} (\varphi_2 - \varphi_1) = \varphi_1 + \frac{1/\varepsilon_1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2} (\varphi_2 - \varphi_1).$$

§5. В данном случае значение силы тока в обеих частях пластины должно быть одинаковым, поэтому на основании закона Ома можно записать

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\Delta \varphi_1}{l} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\Delta \varphi_2}{l}.$$

С учетом очевидного равенства

$$\Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (17)$$

найдем

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_1 &= \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} (\varphi_1 - \varphi_2) \\ \Delta \varphi_2 &= \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} (\varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя выражения (13) в равенство (11) находим плотность электрического тока через пластину (сравни с (10))

$$j = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{1}{\rho_2}}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}} (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (19)$$

Согласно теореме Гаусса для поверхностной плотности заряда σ на границе раздела пластин имеем

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_1 - E_2 = j(\rho_1 - \rho_2) = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (20)$$

$$\sigma = \varepsilon_0 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (21)$$

График зависимости потенциала электрического поля внутри пластины от координаты x представляет собой два участка прямых с разными угловыми коэффициентами. Потенциал границы раздела рассчитывается по формуле

$$\varphi^* = \varphi_1 + \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2}(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (22)$$