

Интерференция света

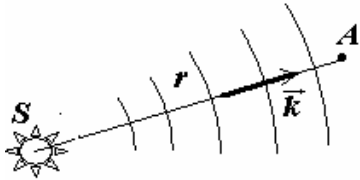
Условие

Задача 3. Интерференция.

Уважаемые коллеги! Вам предлагается написать основные тезисы параграфа учебника¹ по теме «Интерференция света», излагая ее в обобщенной форме, с единой точки зрения.

Свет представляет собой электромагнитную волну – колебание, распространяющееся в пространстве с течением времени. Напряженность

¹ Конечно, не для повышенного, а гораздо более низкого углубленного уровня.



электрического поля электромагнитной волны, испущенной точечным источником S , в произвольной точке A описывается функцией

$$E = E_0 \cos(\omega t - kr), \quad (1)$$

где r - расстояние от источника до рассматриваемой точки, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число (λ - длина волны). Можно также ввести волновой вектор $\vec{k}$, модуль которого совпадает с волновым числом, а направление указывает направление распространения волны. Будем считать, что в рассматриваемых областях амплитуда волны постоянна.

Интерференция света – есть сложение колебаний в каждой точке, где происходит наложение двух и более волн. Напоминаем, что интенсивность света пропорциональна среднему квадрату напряженности электрического поля.

$$I = \langle E^2 \rangle = \langle E_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{1}{2} E_0^2. \quad (2)$$

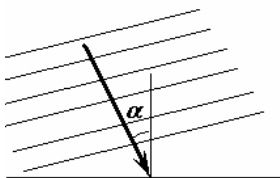
1. Пусть в некоторую точку экрана приходят две волны одинаковой частоты и одинаковых амплитуд. Создаваемые ими в этой точке колебания описываются функциями

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - \varphi_1), \quad E_2 = E_0 \cos(\omega t - \varphi_2). \quad (3)$$

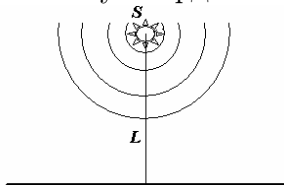
Определите, чему равна результирующая амплитуда колебаний электрического поля и интенсивность света в этой точке.

Таким образом, вы показали, что при интерференции двух волн интенсивность света определяется разностью фаз колебаний этих волн. Так как разность фаз зависит от положения рассматриваемой точки, то интерференция световых волн приводит к перераспределению энергии света.

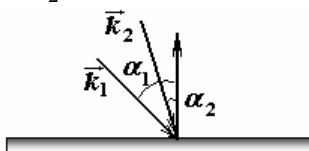
2. Плоская монохроматическая световая волна (длина волны λ) падает на плоскую поверхность под углом α к ее нормали. Запишите зависимость фазы колебаний от координат точек на экране. Систему координат на плоскости задайте самостоятельно.



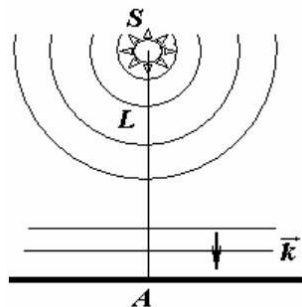
3. Точечный источник монохроматического света с длиной волны λ находится на расстоянии L от плоского экрана. Запишите зависимость фазы колебаний от координат точек на экране. Систему координат на плоскости задайте самостоятельно.



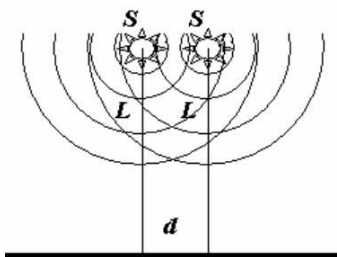
4. Две плоских монохроматических световых волны (с одинаковыми длинами волн λ и одинаковыми амплитудами) падают на плоскую поверхность под углами α_1 и α_2 к ее нормали, причем волновые векторы волн и нормаль к поверхности лежат в одной плоскости. Определите зависимость интенсивности света от координат точки на экране. Определите ширину интерференционных полос (расстояние между максимумами интенсивности), считая углы α_1 и α_2 малыми.



5. На плоский экран падают две монохроматические волны (с одинаковыми длинами волн λ и одинаковыми амплитудами) - одна от точечного источника, находящегося на расстоянии L от экрана, вторая плоская, падающая на экран нормально. Опишите интерференционную картину на экране (то есть запишите зависимость интенсивности света от координат). Считая, что расстояние L значительно больше длины волны и в точке A колебания волн происходят в одной фазе, определите радиусы темных интерференционных колец на экране.



6. На плоский экран падают две монохроматические волны (с одинаковыми длинами волн λ и одинаковыми амплитудами) - от двух точечных источников,



находящихся на расстоянии L от экрана и на расстоянии d друг от друга. Опишите интерференционную картину на экране (то есть запишите зависимость интенсивности света от координат). Считая, что расстояние L значительно больше длины волны и расстояния между источниками, определите ширину интерференционных полос на экране в этом случае.

Решение

Задача 3. Интерференция.

1. Складываем колебания, получим

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = E_0 \cos(\omega t - \varphi_1) + E_0 \cos(\omega t - \varphi_2) = \\ &= 2E_0 \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая амплитуда равна

$$E_{0,рез.} = 2E_0 \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right), \quad (1)$$

соответственно, интенсивность равна

$$\begin{aligned} I &= \left\langle \left(2E_0 \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \right)^2 \right\rangle = 2E_0^2 \cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = \\ &= 4I_0 \cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

где I_0 - интенсивность света, создаваемая одной волной.

2. Выберем за начало отсчета точку O , фазу колебаний в которой примем за нуль. Тогда в точке B с координатой x фаза колебаний будет равна (набег на участке AB , OA - фронт волны)

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha. \quad (3)$$

От второй координаты фаза не зависит.

3. В точке A , находящейся на расстоянии r от начала отсчета O , фаза колебания равна

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{L^2 + r^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{L^2 + x^2 + y^2}. \quad (4)$$

4. Используя полученные выражения (2) и (3), запишем выражение для интенсивности света

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} x (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)\right) \quad (5)$$

Таким образом, интерференционная картина представляет собой систему равноотстоящих прямых полос. Максимумы интенсивности будут в тех точках, где разность фаз равна $2\pi m$, ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), или

$$\frac{\pi}{\lambda} x_m (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) = \pi m \quad \Rightarrow \quad x_m = \frac{m\lambda}{\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2}. \quad (6)$$

В случае малых углов ширина интерференционной полосы равна

$$\Delta x = \frac{\lambda}{|\alpha_1 - \alpha_2|}. \quad (7)$$

5. Считая фазу колебаний плоской волны равной φ_0 и используя выражения (2) и (4), получим распределение интенсивности на экране

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2} \right) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \frac{\varphi_0}{2} \right). \quad (8)$$

Интерференционная картина – система не равноотстоящих колец.

При оговоренных условиях, разность фаз колебаний может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_0 &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} L \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{L^2}} - \varphi_0 \approx \\ &\approx \frac{2\pi}{\lambda} L \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{2L^2} \right) - \varphi_0 = \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{L} \end{aligned}$$

Минимумы интенсивности будут находиться в тех точках, где $\varphi_1 - \varphi_0 = \pi \left(m + \frac{1}{2} \right)$, или

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{L} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{r_m^2}{L} = \pi \left(m + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow r_m = \sqrt{\lambda L \left(m + \frac{1}{2} \right)}. \quad (9)$$

Получаем систему колец Ньютона.

6. Очередной раз используем соотношения (2) и (4) – с учетом сдвига вдоль оси OX , получаем

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2} \right) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \left(\sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \sqrt{L^2 + (x - d)^2 + y^2} \right) \right).$$

В указанном приближении

$$\begin{aligned} \sqrt{L^2 + x^2 + y^2} - \sqrt{L^2 + (x - d)^2 + y^2} &= L \left(\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{L^2}} - \sqrt{1 + \frac{(x - d)^2 + y^2}{L^2}} \right) \approx \\ &\approx \frac{x^2 + y^2}{2L} - \frac{(x - d)^2 + y^2}{2L} \approx \frac{xd}{L} \end{aligned}$$

Соответственно, распределение интенсивности

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2} \right) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{xd}{L} \right) \quad (10)$$

есть ряд равностоящих полос (схема Юнга) с максимумами в точках с координатами:

$$\frac{\pi}{\lambda} \frac{x_m d}{L} = m\pi \Rightarrow x_m = m \frac{\lambda L}{d}. \quad (11)$$

Ширина полос

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \quad (12)$$

