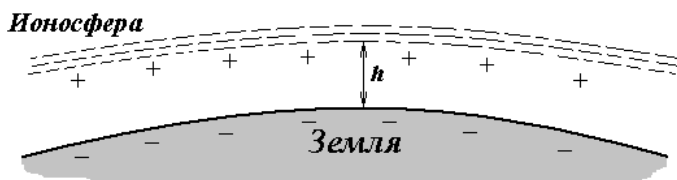


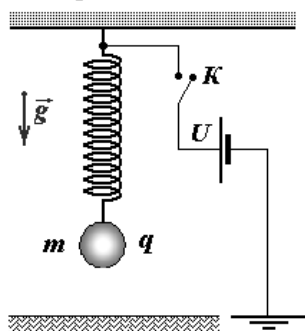
Условие

<u>Задание 1. *Электрическое поле Земли***

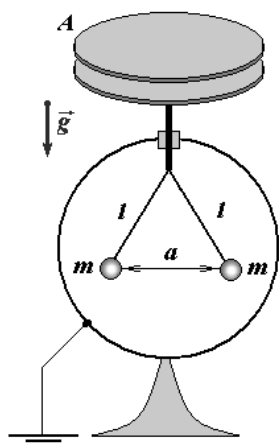
Между поверхностью Земли и ионосферой существует электрическое поле, которое можно считать примерно однородным. Напряжённость поля Земли $E_0 = 100 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, а его направление соответствует отрицательному заряду Земли. Будем считать, что отрицательный заряд равномерно распределён по поверхности нашей планеты несмотря на то, что физические свойства суши и воды заметно различаются. На высоте $h \approx 50$ км в атмосфере находится однородный слой положительно заряженных частиц, называемых ионосферой. Суммарный электрический заряд Земли и ионосферы равен нулю. Радиус Земли $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м, ускорение свободного падения $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Диэлектрическую проницаемость воздуха примите равной диэлектрической проницаемости вакуума $\epsilon \approx 1$.



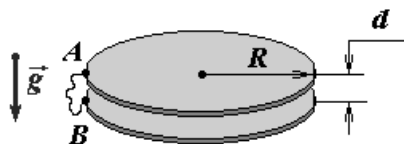
1.1 Для измерения электрического заряда Земли предлагается следующий эксперимент. Подвесим незаряженный проводящий шарик массы $m = 2,0$ г и радиуса $r = 1,0$ см на проводящей пружине малой электроемкости. При этом шарик растянул пружину на $\Delta l_1 = 2,5$ см. После установления равновесия шарик при помощи ключа K подключили к источнику постоянного напряжения $U = 20$ кВ. Вычислите удлинение пружины Δl_2 после замыкания ключа K в новом положении равновесия. Найдите относительное изменение удлинения пружины $\epsilon = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{\Delta l_1}$ после замыкания ключа K . Сделайте выводы о возможности измерения заряда планеты подобным способом. Считайте, что в этом пункте на шарик действует только электрическое поле Земли.



1.2 Для более точного измерения напряжённости поля Земли использовали электрометра, основной частью которого служат два небольших одинаковых шарика массой $m = 1,5$ г каждый, подвешенных на легких проводящих нитях длины $l = 50$ см каждая. Проводящий корпус электрометра заземлен и экранирует поле Земли. На стержне электроскопа укреплен проводящий диск радиусом $R = 1,0$ м.



Два таких же проводящих параллельных диска, соединенные проводником АВ, для зарядки посредством электростатической индукции в поле Земли сблизил на малое расстояние d . После разрыва проводника АВ верхний диск А подносят на малое расстояние к диску электроскопа, не касаясь его. Затем аналогичным образом заряжают следующий диск A' и кладут его на диск А. Процесс зарядки повторяют $N = 10$ раз. Оцените расстояние a , на которое разойдутся лепестки электроскопа после зарядки. Укажите знак электрического заряда шариков электроскопа в описанном эксперименте.

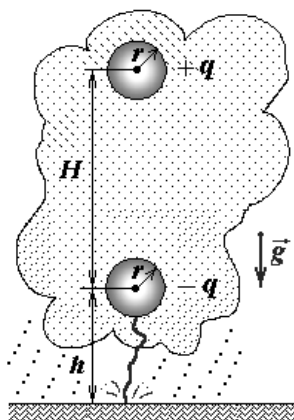


1.3 Предполагая, что удельное сопротивление воздуха постоянно и равно $\rho = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, найдите силу тока I утечки с поверхности Земли через атмосферу к ионосфере. Оцените время разрядки τ Земли вследствие существования тока утечки.

1.4 Удивительно, но, несмотря на ток утечки, электрический заряд Земли с течением времени практически не меняется. Следовательно, должен существовать ток подзарядки планеты, который компенсирует ее разрядку с течением времени. Основной механизм подзарядки Земли осуществляется в результате грозовой активности в атмосфере.

При зарождении грозового фронта в результате электризации капелек воды в восходящих потоках воздуха в атмосфере образуются области положительного (в верхней части облака) и отрицательного (в его нижней части) зарядов¹. Считайте, что эти области накопления зарядов имеют форму шара радиуса $r \approx 0,10 \text{ км}$. Расстояние между этими областями примите равным $H = 5,0 \text{ км}$, а расстояние от нижнего края грозового облака до земли $h \approx 1,0 \text{ км}$.

Известно, что при напряженности электрического поля $E_1 = 3,0 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$ (и более) наступает пробой воздуха, при котором он становится проводником. Примем, что в этот момент ударяет молния. Оцените, при каком минимальном заряде $q_{\min}$ заряженной области облака в Землю может ударить молния? В данном пункте считайте поверхность Земли хорошим проводником.



1.5 Считая, что при ударе мощной молнии, длящемся $\tau_2 = 40$ мс средняя сила тока $I_2 = 200$ кА, и что грозы на планете в течение года происходят равномерно, оцените среднее количество ударов молний в Землю на Земле в течение суток.

Подсказка. Потенциал заряженного шара радиуса R и имеющего заряд q равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Решение

<u>**Задание 1.** *Электрическое поле Земли***

1.1 Согласно закону Гука удлинение пружины под действием силы тяжести $\Delta l_1 = \frac{mg}{k}$, где k – коэффициент упругости пружины. Отсюда можем выразить

$$k = \frac{mg}{\Delta l_1}. \quad (1)$$

После подключения шарика к источнику постоянного напряжения его потенциал относительно Земли станет равным напряжению источника. При этом на шарике появится электрический заряд q , который можно найти из условия

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = U \quad \Rightarrow \quad q = 4\pi\epsilon_0 r U. \quad (2)$$

Соответственно, со стороны электрического поля Земли на шарик начнет действовать сила, направленная вниз и равная

$$F = qE = 4\pi\epsilon_0 r U E. \quad (3)$$

Искомое удлинение пружины Δl_2 после замыкания ключа K найдем из равенства

$$k\Delta l_2 = mg + F \quad \Rightarrow \quad \Delta l_2 = \frac{mg + F}{k} = \frac{mg + F}{mg} \Delta l_1. \quad (4)$$

Таким образом, отношение удлинений пружины до и после замыкания ключа

$$\varepsilon = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{\Delta l_1} = \frac{F}{mg} = \frac{4\pi\epsilon_0 r U E}{mg}. \quad (5)$$

Расчет дает значение

$$\varepsilon \approx 1,0 \cdot 10^{-4}.$$

Как видим, удлинение пружины составит крайне малую величину, равную сотым долям процента от Δl_1 . Зафиксировать столь малое смещение пружины будет практически невозможно. Следовательно предлагаемая методика измерения заряда планеты является неприемлемой.

1.2 При зарядке дисков в поле Земли посредством электростатической индукции на них появятся электрические заряды, которые, согласно принципу электростатической защиты, создадут электрическое поле, напряженность которого равна по модулю и противоположна по направлению напряженности $\vec{E}_0$ поля Земли (см. рис.). Считая, что диски образуют плоский конденсатор, найдем

$$q_0 = \sigma S = \varepsilon_0 E S = \varepsilon_0 E \pi R^2,$$

где σ — поверхностная плотность электрических зарядов на одном диске, S — площадь диска. Как следует из рисунка, при зарядке на верхнем диске A окажется отрицательный заряд. Соответственно, после разрыва проводника АВ и переноса диска к электроскопу на диске электроскопа образуется положительный заряд такой же величины. Вследствие электро-нейтральности стержня электроскопа (он изолирован от корпуса диэлектрической прокладкой) на каждом из его шариков окажутся отрицательные заряды, равные по модулю $\frac{q_0}{2}$. Таким образом, после складывания $N = 10$ заряженных дисков вблизи электроскопа на каждом из его шариков появится отрицательный заряд $q = N \frac{q_0}{2}$.

Предположим, что под действием силы Кулона $\vec{F}_K$ нити электроскопа (с шариками) разошлись на малый угол 2α (см. рис.). Из условия равновесия шариков с учетом малости угла их расхождения ($\alpha \rightarrow 0$) получаем

$$\frac{F_K}{mg} = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{a}{2l}.$$

Поскольку $F_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(N \frac{q_0}{2})(N \frac{q_0}{2})}{a^2}$, то выражение (8) можно переписать в виде

$$\frac{N^2 q_0^2}{16\pi\varepsilon_0 a^2 mg} = \frac{a}{2l}.$$

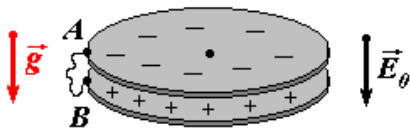
Из (9) получаем оценку расстояния, на которое разойдутся небольшие шарики электроскопа после зарядки дисков

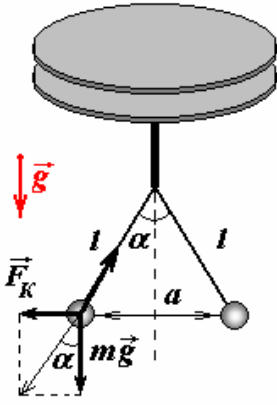
$$a = \sqrt[3]{\frac{N^2 q_0^2 l}{8\pi\varepsilon_0 mg}} = \sqrt[3]{\frac{\pi\varepsilon_0 l N^2 E^2 R^4}{8mg}}.$$

Расчет по формуле (10) дает

$$a = 4,9 \text{ см.}$$

Как видим из (11) шарики разойдутся на вполне регистрируемое расстояние. Заметим, что подобная методика была использована при одной из первых попыток измерения заряда Земли.





1.3 Поскольку высота, на которой находится ионосфера, мала по сравнению с радиусом Земли, то можно считать, что в промежутке между Землей и ионосферой напряженность электрического поля остается постоянной.

Мысленно выделим на поверхности Земли вертикальный цилиндр с площадью основания S и высотой h , упирающийся в ионосферу (см. рис.). Сопротивление воздуха внутри этого цилиндра

$$R = \rho \frac{h}{S}. \quad (12)$$

Напряжение между торцами цилиндра найдем, используя связь между напряжением и напряженностью однородного электростатического поля

$$U = E \cdot h \quad (13)$$

Применяя закон Ома, получим значение тока утечки

$$I = \frac{U}{R} = \frac{ES}{\rho}. \quad (14)$$

Подставляя в (14) значение площади земной поверхности $S = 4\pi R_3^2$, окончательно получаем

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{4\pi R_3^2 E}{\rho} = 1,8 \text{ кА}. \quad (15)$$

Полученное большое значение тока утечки в значительной степени обусловлено большим значением площади земной поверхности.

Для оценки времени τ разрядки Земли потребуем, чтобы за это время между ионосферой и Землей был перенесен заряд, равный заряду Земли. Будем также считать, что в процессе разрядки Земли сила тока остается постоянной, хотя в реальности она уменьшается вследствие уменьшения напряженности поля Земли. Тогда

$$I_1 \tau = \{(15)\} = \frac{4\pi R_3^2 E}{\rho} \tau = q.$$

С учетом выражения для напряженности $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R_3^2}$ электростатического поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью, преобразуем полученное равенство к виду

$$\frac{\tau}{\rho\epsilon_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \tau = \rho\epsilon_0. \quad (16)$$

Расчет по формуле (16) дает неожиданный результат

$$\tau = 2,6 \cdot 10^2 \text{ с} = 4,3 \text{ мин.} \quad (17)$$

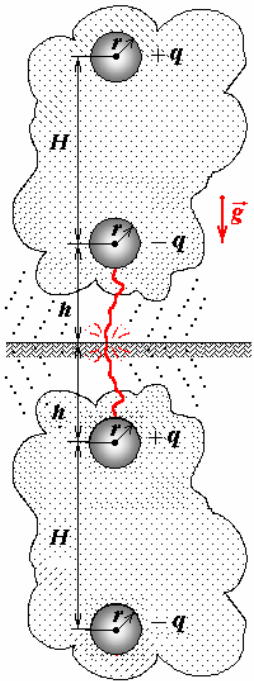
Таким образом, вследствие конечного сопротивления воздуха между Землей и ионосферой наша планета разрядилась бы довольно быстро и утратила бы свой электрический заряд. Однако наблюдения показывают, что заряд Земли не уменьшается с течением времени. Это говорит о том, что в природе существует механизм непрерывной зарядки Земли, обеспечивающий поступление новых порций заряда и компенсирующий ток утечки.

1.4 При достаточно сложном механизме формирования и распределения электрических зарядов внутри и на поверхности грозового облака ключевым моментом для возникновения молнии является возникновение *первичного канала* или *ступенчатого лидера*, который формирует траекторию основного электрического удара, производящего огромный термический, а также световой и звуковой эффекты.

Внутри этого канала проводимость воздуха значительно выше проводимости окружающего воздуха, а ток, как известно, достаточно «умен», поскольку выбирает путь наименьшего сопротивления.

Для расчета заряда грозовой тучи построим заряд-изображение небольшого сферического заряда ее нижней части, заряженной отрицательно, относительно проводящей поверхности Земли (см. рис). Тогда суммарная напряженность поля зарядов тучи и индуцированных зарядов на поверхности Земли может быть оценена как

$$2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2} = E_1 \quad \Rightarrow \quad q = 2\pi\epsilon_0 E_1 h^2 = 0,17 \text{ Кл.} \quad (18)$$



1.5 При силе тока утечки I_1 за сутки ($t = 86400 \text{ с}$) Земля потеряет заряд $q_1 = I_1 t$. Согласно условию, этот же заряд планета должна получить в результате грозовой активности. Таким образом

$$I_1 t = N_3 I_2 \tau_2 \quad \Rightarrow \quad N_3 = \frac{I_1 t}{I_2 \tau_2}. \quad (19)$$

Расчет дает, что каждые сутки на планете гремит около $N_3 \approx 2 \cdot 10^4$ гроз, львиная доля которых приходится на тропические пояса Земли.

