

Мертвая петля

Условие

Задание 1. «Мертвая петля»

Приборы и оборудование: штатив с лапкой; линейка деревянная 40 см; набор грузов 6х100 г; линейка для измерений; кольцо резиновое; нитки.

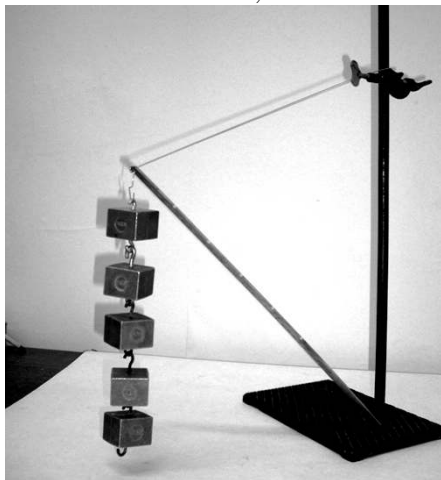
Часть 1. Исследование деформации резинки.

Деформация резины зависит не только от приложенной силы, но и от ее предшествующей деформации (явление гистерезиса). Поэтому при проведении измерений нагрузку изменяйте в нужной последовательности. После снятия нагрузки дайте резинке «отдохнуть» около минуты в свободном состоянии.

1.1 Подвесьте резиновое колечко на стержень лапки. Измерьте зависимость длины резинки от приложенной к нему силы. Измерения проведите в следующей последовательности: 1. «нагрузка»- сначала последовательно увеличивайте нагрузку: подвесили один груз – измерили длину, добавили второй – измерили длину и т.д.; 2. максимальная деформация: после того как вы подвесили 6 грузов (и измерили длину), растяните резинку еще немного (осторожно – не порвите!) и медленно отпустите; 3. «разгрузка» - измерьте длину резинки при 6 подвешенных грузах, снимите один – измерьте длину и т.д.

1.2 Постройте график зависимости длины (не удлинения!) резинки от приложенной силы при нагрузке и при разгрузке.

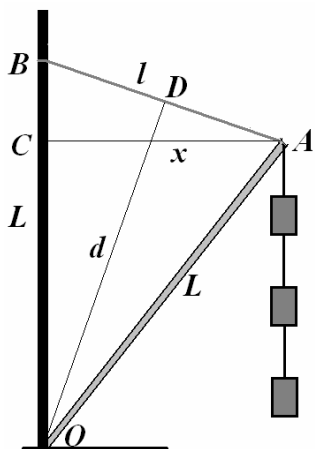
Можно считать, что сила тяжести одного груза равна 1 Н.



Соберите установку, показанную на фото. Резинка должна крепиться к стержню штатива на высоте, равной высоте линейки. Нижний край линейки упирается в стержень штатива. Вам необходимо провести исследования зависимости отклонения линейки от массы подвешенного груза.

Часть 2 «Теоретическая»

Для описания эксперимента будем использовать следующие обозначения (см. рис.): - длина линейки OA и высоты точки крепления OB - L ; - длина резинки AB - l ; - расстояние от нижнего края линейки до резинки OD - d ; - горизонтальное отклонение конца линейки AC - x . В эксперименте вам необходимо измерять и использовать в качестве меры отклонения именно величину x - отклонение, измеренное по горизонтали.



2.1 Запишите условие равновесия линейки, прикрепленной резинкой к штативу и с подвешенными грузами.

2.2 Покажите, что выполняются следующие геометрические соотношения

$$x = l \sqrt{1 - \left(\frac{l}{2L} \right)^2}; \quad (1)$$

$$d = \frac{xL}{l} = L \sqrt{1 - \left(\frac{l}{2L} \right)^2}. \quad (2)$$

2.3 Используя экспериментальные данные, полученные в первой части, и пренебрегая массой линейки, рассчитайте зависимость момента силы упругости резинки в описанной экспериментальной установке, от величины горизонтального отклонения x при нагрузке и разгрузке установки. Постройте график этой зависимости. На этом же листе построьте графики зависимости момента силы тяжести подвешенных грузов (от 1 до 6) от x .

2.4 С помощью построенных графиков рассчитайте значения горизонтального отклонения линейки при различном числе подвешенных грузов (при разгрузке и нагрузке). Постройте график полученной зависимости.

Часть 3. «Сравнительная»

3.1 Проведите измерения горизонтального отклонения линейки x при различном числе подвешенных грузов при нагрузке и при разгрузке.

Не забудьте после подвешивания 6 грузов дополнительно деформировать резинку, как и в п.1.1

3.2 Дополните график, построенный в п. 2.4, графиком экспериментальной зависимости. Сравните эти графики, объясните причины возможных расхождений.

Решение

Задание 1. «Мертвая петля»

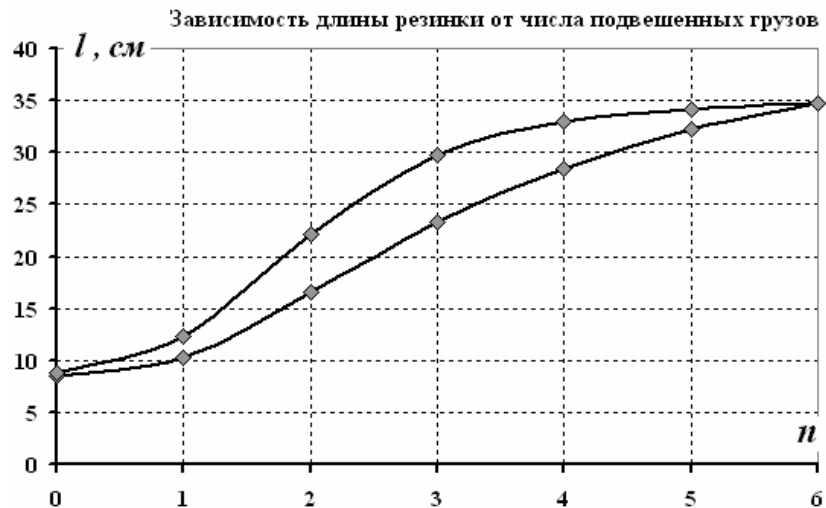
В данной задаче результаты существенно зависят от используемой резины. Даже в одной пачке резиновые колечки различаются. Основной целью данной задачи является сравнение результатов, рассчитанных на основании измерений первой части, с результатами измерений второй части. Кроме того, положение равновесия рычага слабо устойчиво, малые изменения параметров может приводить к заметному изменению положения равновесия. Здесь приводятся результаты одной из типичных серий измерений авторов.

Часть 1. Исследование деформации резинки.

Результаты измерений длины резинки при нагрузке и разгрузке приведены в таблице и на графике.

Таблица 1.

Число грузов, n	Длина резинки l , см
0	8,5
1	10,3
2	16,6
3	23,3
4	28,4
5	32,3
6	34,7
6	34,7
5	34,1
4	33,0
3	29,8
2	22,1
1	12,3
0	8,8



2.1 Условие равновесия линейки, прикрепленной резинкой к штативу и с подвешенными грузами, следует из равенства моментов сил тяжести подвешенных грузов и силы упругости резины:

$$mgx = F_{\text{упр.}}d. \quad (1)$$

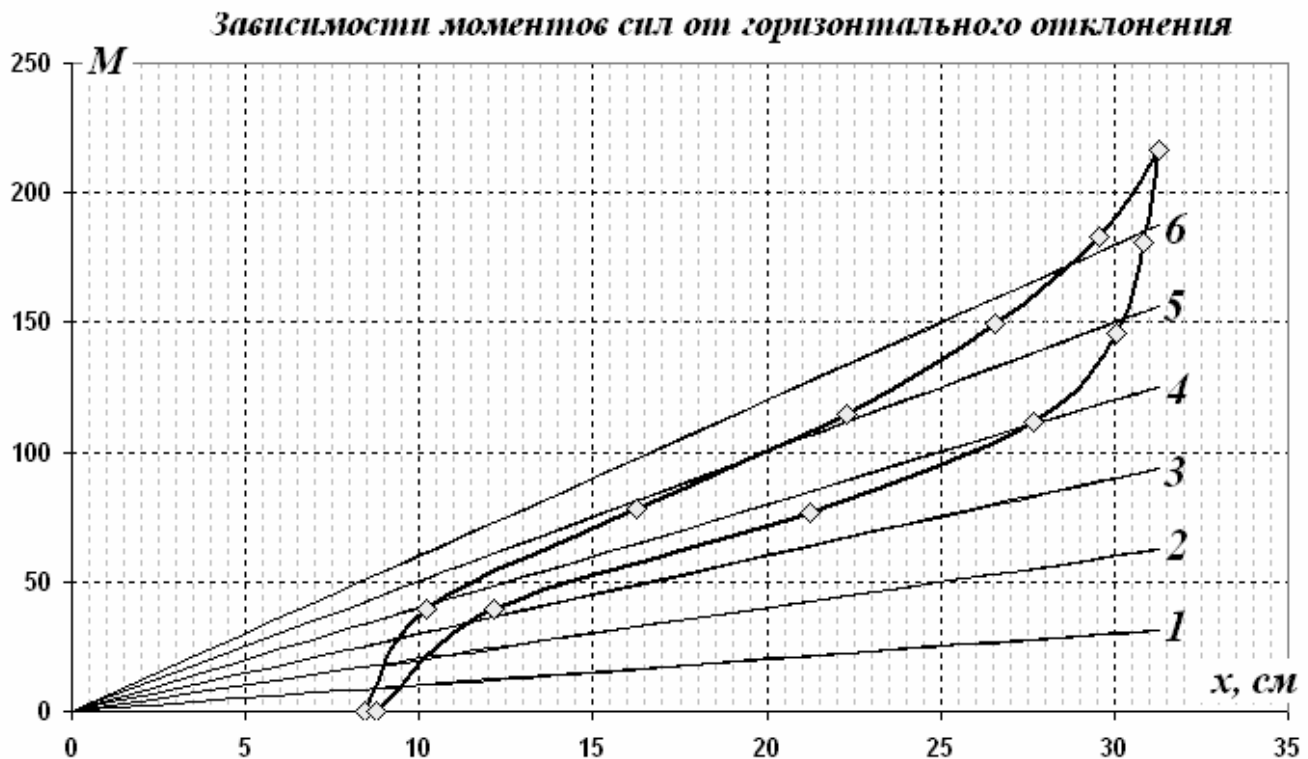
2.2 Указанные геометрические соотношения следуют из рассмотрения подобия треугольников и почти очевидны.

2.3 Приведенные геометрические соотношения позволяют по данным таблицы 1 для каждого значения l последовательно рассчитать: горизонтальное отклонение $x = l\sqrt{1 - \left(\frac{l}{2L}\right)^2}$; плечо силы упругости $d = \frac{xL}{l} = L\sqrt{1 - \left(\frac{l}{2L}\right)^2}$; момент силы упругости $M_{el} = nd$ (в качестве единицы силы используется число грузов).

Результаты расчетов приведены в таблице 2, по этим данным построен график зависимости момента силы упругости от горизонтального отклонения x

Таблица 2.

l, см	**x, см**	**d, см**	**n**	**M_{el}**
8,5	8,45	39,77	0	0,00
10,3	10,21	39,67	1	39,67
16,6	16,24	39,13	2	78,26
23,3	22,29	38,27	3	114,80
28,4	26,55	37,39	4	149,58
32,3	29,55	36,59	5	182,97
34,7	31,27	36,04	6	216,25
34,7	31,27	36,04	6	216,25
34,1	30,85	36,18	5	180,92
33,0	30,06	36,44	4	145,75
29,8	27,66	37,12	3	111,36
22,1	21,24	38,44	2	76,89
12,3	12,15	39,52	1	39,52
8,8	8,75	39,76	0	0,00



На этом же графике построены зависимости моментов сил тяжести (при различном числе подвешенных грузов) от горизонтального отклонения x . Точки пересечения дают значения горизонтального отклонения для различного числа грузов.

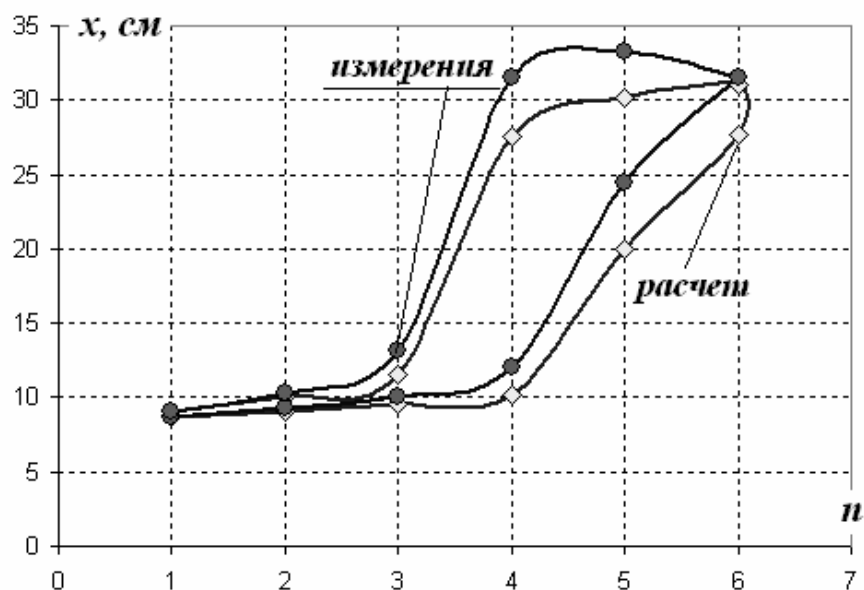
Отметим, что графики пересекаются под малыми углами, поэтому незначительное изменение параметров, приводит к тому, что точка пересечения смещается достаточно сильно. На приведенном графике наиболее характерными являются ветвь нагрузки и прямая 4 (т.е. для 4 грузов) и ветвь разгрузки с прямой 5. Так учет массы линейки приведет к малому изменению угла наклона прямых, но большому смещению положений равновесия.

В таблице 3 приведены значения горизонтального смещения, снятые с приведенного графика

и измеренные экспериментально. Также приведен график этих зависимостей.

Таблица 3.

n	$x_{\text{расчет}}$	$x_{\text{измер.}}$
1	8,7	8,7
2	9,0	9,3
3	9,5	10,0
4	10,2	12,0
5	20,0	24,5
6	27,7	31,5
6	31,0	31,5
5	30,2	33,3
4	27,5	31,5
3	11,5	13,2
2	10,0	10,3
1	9,0	9,0



Получено неплохое соответствие (для такой сложной зависимости). Главная причина расхождений (помимо очевидных погрешностей измерения) является слабая устойчивость и как следствие достаточно резкие переходы от одного положения равновесия к другому. Для подтверждения данного вывода приведем аналогичные графики для другой резинки (все обозначения прежние) – проведите прямые чуть выше и соответствие будет гораздо точнее.

