

Просто кинематика

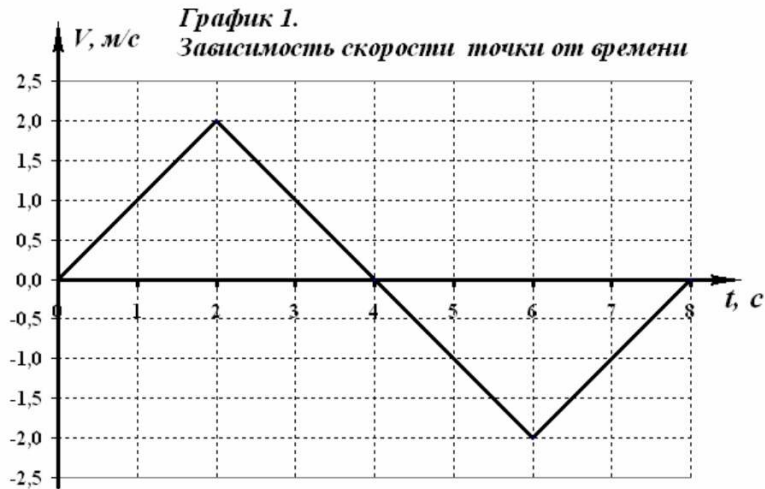
Условие

<u>Задание 1*. «Просто кинематика»***

1.1 Материальная точка движется вдоль оси Ox . Проекция ее скорости на эту ось зависит от времени по закону представленному на графике 1.

1.1.1 Постройте график зависимости координаты точки от времени, считая, что при $t = 0$ материальная точка находилась в начале координат.

1.1.2 Найдите путь и перемещение точки за все время движения (за 8 секунд).



1.2 Материальная точка движется вдоль оси Ox . Проекция ее ускорения на эту ось зависит от времени по закону представленному на графике 2.

1.2.1 Постройте график зависимости проекции скорости на ось Ox от времени, считая, что при $t = 0$ скорость точки равнялась нулю.

1.2.2 Найдите путь и перемещение точки за все время движения (за 8 секунд).

1.3 На практике в разных странах используются различные системы единиц измерения. Вы должны уметь переводить физические величины от одних единиц измерения к другим.

1.3.1 В США в качестве единицы измерения часто используется миля (1 миля = 1609 м). Автомобиль движется со скоростью $60 \frac{\text{миль}}{\text{час}}$. Выразите скорость автомобиля в $\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

1.3.2 В аэродинамике скорость тел часто измеряют в *Махах* (отношение скорости тела, к скорости звука – скорость в 1 *Мах* равна скорости звука). Самолет движется со скоростью $2600 \frac{\text{км}}{\text{час}}$. Найдите его скорость в *Махах*. Считайте, что скорость звука в воздухе равна $330 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

1.4 Материальная точка движется вдоль оси Ox . Проекция ее скорости V на эту ось зависит от времени t по закону

$$V = V_0 \sqrt{1 - \frac{t^2}{\tau^2}}, \quad (1)$$

где V_0 и τ - известные постоянные величины, V_0 задана в $\frac{м}{с}$, τ - в секундах.

Точка движется, когда ее скорость отлична от нуля, в том числе и при отрицательных значениях t .

1.4.1 Постройте график зависимости величины $\frac{V}{V_0}$ (т.е. скорости, измеренной в единицах V_0) от величины $\frac{t}{\tau}$ (т.е. времени измеренном в единицах τ).

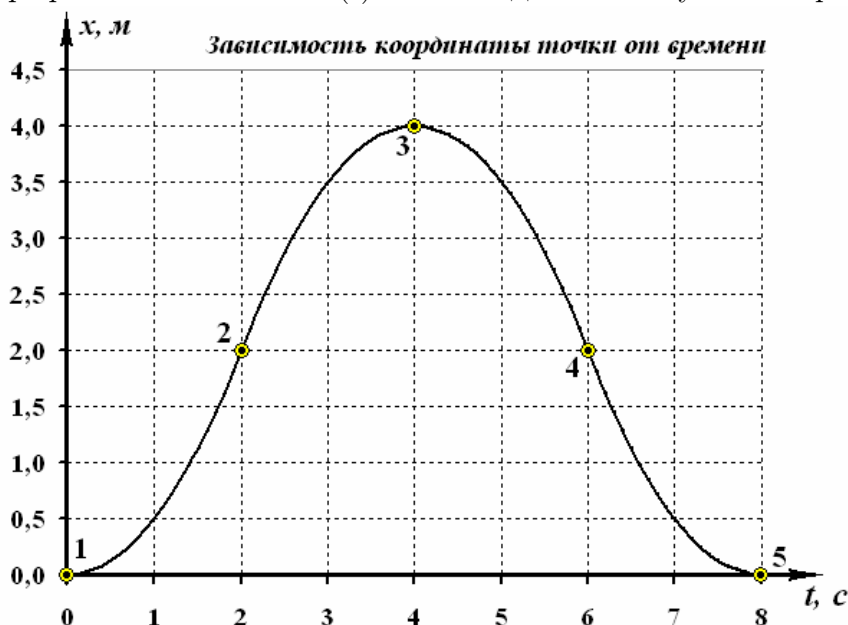
1.4.2 Используя построенный график, найдите путь (в м), пройденный точкой, за все время движения.

1.4.3 Используя тот же график, найдите зависимость ускорения точки (в единицах системы СИ) от времени.

Решение

<u>Задание 1*. «Просто кинематика»***

1.1.1 На временных интервалах $[0, 2]$; $[2, 6]$; $[6, 8]$ с движение является равноускоренным, поэтому графики зависимости координаты от времени на этих интервалах будут являться отрезками парабол. Изменение координаты можно подсчитать как площади под участками графика зависимости $V(t)$. В итоге должен получиться график, показанный на рисунке.



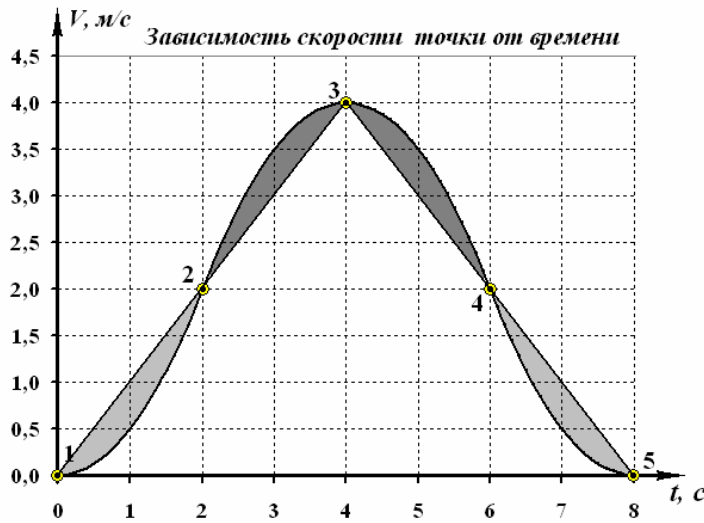
Критериями правильности построения графика являются: - правильность координат точек 1, 2, 3, 4, 5; - точки 1, 3, 5 являются вершинами парабол; т.е. в этих точках касательные должны быть горизонтальны; - в точках 2, 3 не должно быть изломов, т.е. участки парабол плавно переходят друг в друга.

1.1.2 По графику видно, что перемещение точки равно $\Delta x = 0$. Пройденный путь равен $S = 8,0$ м.

1.2.1 График зависимости скорости от времени совпадает с графиком зависимости координаты от времени, построенный в предыдущем пункте задачи.

В этом случае площадь под графиком численно равна изменению координаты точки. Очевидно, что площади заштрихованных участков (между отрезками парабол и прямых) рав-

ны. Поэтому площадь под графиком зависимости $V(t)$ равна площади треугольника 1-3-5-1, которая подсчитывается элементарно. Итого, в данном случае путь и перемещение равны $S = \Delta x = 16$ м.



1.3.1 Для выполнения данного пункта задачи следует провести преобразования

$$V = 60 \frac{\text{миль}}{\text{час}} = 60 \frac{1609 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = 27 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Обращаем внимание на правильность округления (в соответствии с точностью исходных данных) – до **двух** значащих цифр!

1.3.2 В этом пункте цепочка «пересчета» имеет вид

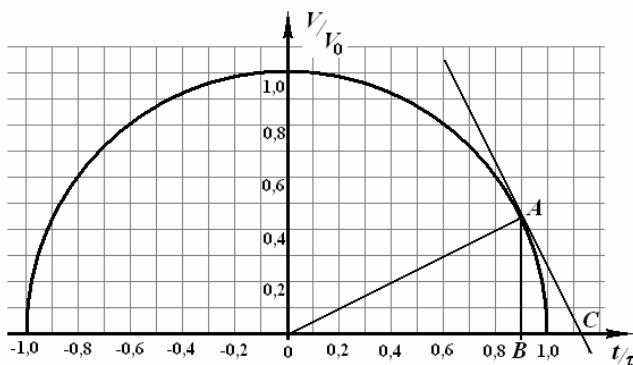
$$\tilde{V} = \frac{V}{c} = \frac{2600 \frac{\text{км}}{\text{час}}}{330 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{2600 \frac{1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}}}{330 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 2,19 \text{ Мах}$$

В данном случае результат должен быть округлен до **трех** значащих цифр.

1.4.1 В требуемых координатах график имеет вид полуокружности.

1.4.2 В данных единицах измерения пройденный путь равен площади под графиком, т.е. $\frac{\pi}{2}$. Далее следует перейти в систему СИ. Единицей измерения длины в используемой «безразмерной» системе единиц является $V_0 \tau$, поэтому пройденный путь (и перемещение) равен

$$S = \frac{\pi}{2} V_0 \tau.$$



1.4.3 На графике зависимости скорости от времени ускорение численно равно коэффициенту наклона касательной. В данном случае касательная перпендикулярна радиусу окружности,

проведенному в точку касания. Из рисунка следует, что коэффициент наклона касательной АС равен тангенсу угла ОАС, взятому с противоположным знаком, то есть в используемых единицах

$$\tilde{a} = -\frac{|OB|}{|AB|} = -\frac{\tilde{t}}{\tilde{V}(\tilde{t})} = -\frac{\tilde{t}}{\sqrt{1-\tilde{t}^2}},$$

здесь $\tilde{V} = \frac{V}{V_0}$, $\tilde{t} = \frac{t}{\tau}$. Для перехода в систему единиц СИ необходимо учесть, что единицей измерения ускорения является величина $\frac{V_0}{\tau}$. Окончательно получаем

$$a = \frac{V_0}{\tau} \tilde{a} = -\frac{V_0}{\tau} \frac{\tilde{t}}{\sqrt{1-\tilde{t}^2}} = -\frac{V_0}{\tau} \frac{\frac{t}{\tau}}{\sqrt{1-\frac{t^2}{\tau^2}}}.$$