

Тянуть и плющить!

Условие

Задание 2. «Тянуть и плющить!»



Вам необходимо изучить деформацию пластикового кольца, вырезанного из обычной литровой бутылки. В качестве нагрузки используется пластиковый стаканчик, в который постепенно добавляется вода. Единицей измерения массы в данном эксперименте служит столовая ложка – то есть масса воды измеряется в «ложках».

Закрепите кольцо в лапке штатива, как показано на рисунке. Обвяжите его ниткой. К нижнему краю нитки привяжите пластиковый стаканчик. Длина нити должна быть примерно такой, как показано на рисунке. Вам необходимо исследовать деформацию кольца при увеличении массы воды в стакане. В качестве параметров деформации используются:

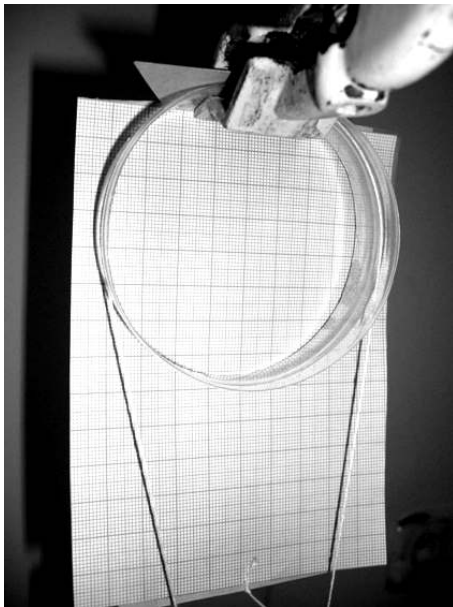
a, b – длины большой и малой осей деформированного кольца;

h – опускание стаканчика, относительно начального положения пустого стакана.

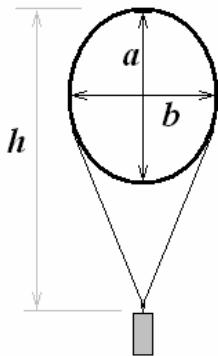
Вам предстоит измерять малые изменения, как размеров кольца a, b , так и опускания стаканчика h , поэтому проводите измерения очень тщательно.

Для точного измерения размеров кольца используйте миллиметровую бумагу, которую прикрепите к картонке. Саму картонку закрепляйте в лапке штатива вместе с кольцом (сделайте для этого на картонке небольшой выступ). Дополнительно закрепите картонку с помощью нитки, привязанной к штативу. К картонке прикрепите линейку для измерения опускания стаканчика.

Напоминаем, что измерения можно проводить с точностью до половины цены деления, то есть в данном случае до 0,5 мм.



Часть 1. Крепление сверху.



Закрепите кольцо с картонкой в лапке штатива, как показано на рисунке (крепление сверху). Обозначим вертикальную (более длинную) ось – a , горизонтальную – b .

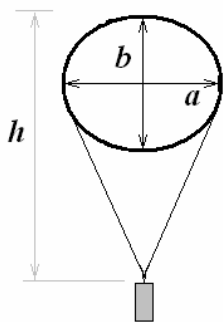
1.1 Измерьте зависимости параметров a, b, h от числа налитых в стакан ложек воды.

Не забудьте измерить эти же величины при пустом стаканчике – a_0, b_0, h_0 .

1.2 Постройте график зависимости опускания стаканчика ($h - h_0$) от числа налитых ложек воды. Можно ли считать, что эта величина прямо пропорциональна числу налитых в стакан ложек воды?

1.3 Можно ли считать, что сумма длин осей $a + b$ остается приблизительно постоянной при увеличении нагрузки? 1.4 В качестве степени растяжения кольца примем величину равную разности длин осей $d = a - b$. Постройте график зависимости изменения растяжения кольца $(d - d_0) = (a - b) - (a_0 - b_0)$ от числа налитых в стаканчик ложек воды. 1.5 Придумайте простую функцию, которая примерно описывает график, построенный Вами в п.1.4.

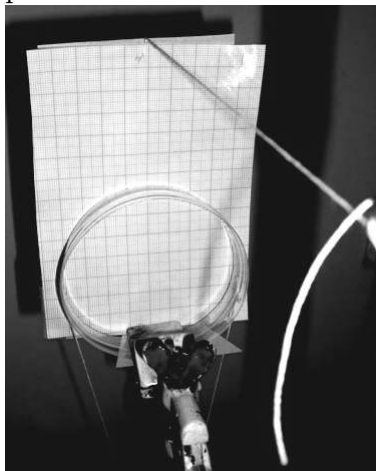
Часть 2. Упор снизу.



Закрепите кольцо с картонкой в лапке штатива, как показано на рисунке (крепление снизу). Обозначим горизонтальную (более длинную) ось - a , вертикальную - b . Проведите все измерения и обработку их результатов, как в части 2: 2.1 Измерьте зависимости параметров a, b, h от числа налитых в стакан ложек воды. *Не забудьте измерить эти же величины при пустом стаканчике - a_0, b_0, h_0 .* 2.2 Постройте график зависимости опускания стаканчика ($h - h_0$) от числа налитых ложек воды. Можно ли считать, что эта величина прямо пропорциональна числу налитых в стакан ложек воды? 2.3 Можно ли считать, что сумма длин осей $a + b$ остается приблизительно постоянной при увеличении нагрузки? 2.4 В качестве степени сжатия кольца примем величину равную разности длин осей $d = a - b$. Постройте график зависимости изменения сжатия кольца $(d - d_0) = (a - b) - (a_0 - b_0)$ от числа налитых в стаканчик ложек воды. 2.5 Придумайте простую функцию, которая примерно описывает график, построенный Вами в п.1.4.

Наконец, последнее задание:

3. Сравните полученные вами зависимости в п. 1.5 и в п.2.5. В каком случае деформация кольца и опускание стаканчика оказывается больше? Попытайтесь объяснить полученное различие.



Решение

Задание 2. «Тянуть и плющить!»

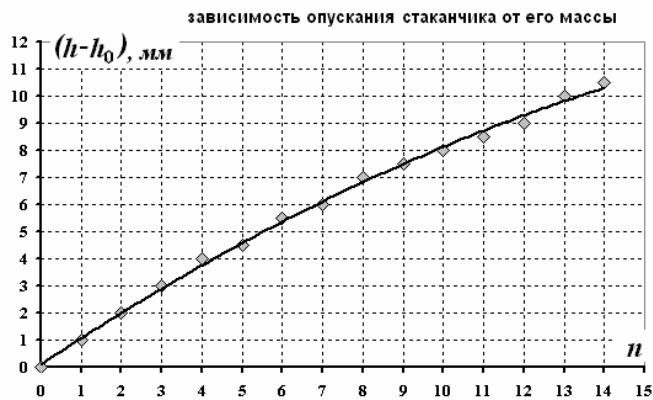
В данной задаче трудно ожидать полного соответствия ваших результатов с «авторским решением» - слишком много неоднозначных факторов: разные кольца, разное крепление, разные длины нитей. Поэтому представленные численные результаты следует рассматривать как иллюстративные, для качественной проверки лучше провести собственные измерения.

Часть 1. Крепление сверху.

Результаты измерений представлены в таблице 1.

Число ложек n	Большая ось a , мм	Малая ось b , мм	Высота стаканчика h , мм	Опускание $h - h_0$, мм	Сумма осей $a + b$, мм	Изменение растяжения $d - d_0$, мм
0	74,0	84,0	229,0	0,0	158,0	0,0
1	74,5	82,0	230,0	1,0	156,5	2,5
2	75,5	81,5	231,0	2,0	157,0	4,0
3	76,0	81,0	232,0	3,0	157,0	5,0
4	76,5	80,5	233,0	4,0	157,0	6,0
5	77,0	80,5	233,5	4,5	157,5	6,5
6	78,0	79,5	234,5	5,5	157,5	8,5
7	79,0	78,0	235,0	6,0	157,0	11,0
8	80,0	77,0	236,0	7,0	157,0	13,0
9	80,0	77,0	236,5	7,5	157,0	13,0
10	80,5	76,0	237,0	8,0	156,5	14,5
11	81,0	75,5	237,5	8,5	156,5	15,5
12	81,5	75,0	238,0	9,0	156,5	16,5
13	82,0	74,0	239,0	10,0	156,0	18,0
14	82,0	73,0	239,5	10,5	155,0	19,0

В таблице приведена сумма длин осей, в пределах погрешности ее можно считать постоянной. Требуемые графики представлены ниже.



Видно, что зависимость опускания от массы не линейна. Зависимость изменения растяжения линейная (почти прямо пропорциональная). Ее можно записать в виде

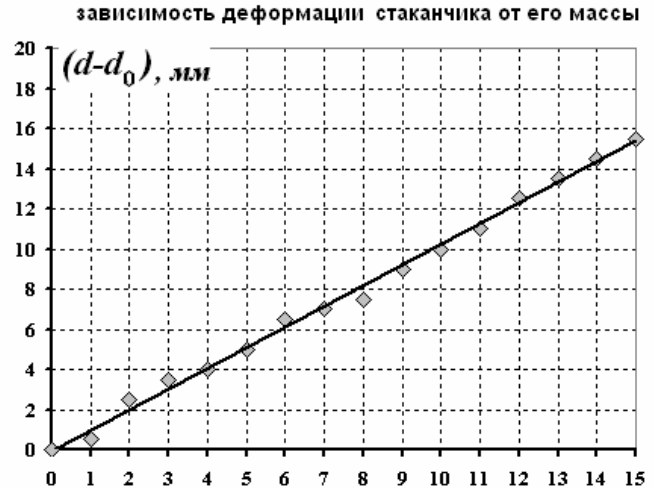
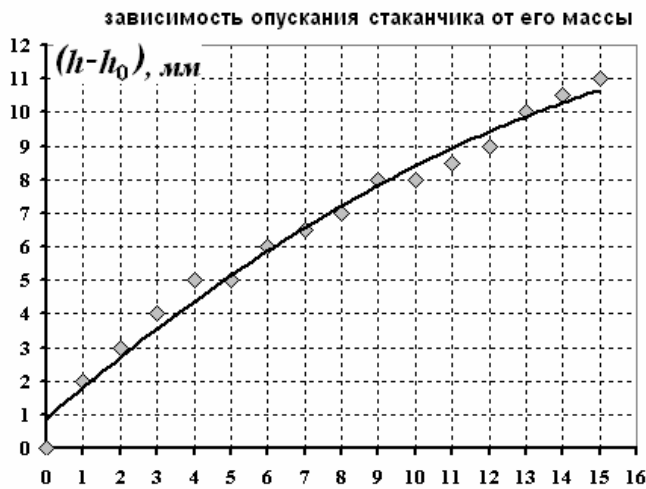
$$d - d_0 \approx 1,3 \cdot n$$

Часть 2. Упор снизу.

Результаты измерений представлены в таблице 2.

Число ложек n	Большая ось a , мм	Малая ось b , мм	Высота стаканчика h , мм	Опускание $h - h_0$, мм	Сумма осей $a + b$, мм	Изменение растяжения $d - d_0$, мм
0	75,0	82,5	297,0	0,0	157,5	0,0
1	75,0	83,0	299,0	2,0	158,0	0,5
2	74,0	84,0	300,0	3,0	158,0	2,5
3	73,5	84,5	301,0	4,0	158,0	3,5
4	73,0	84,5	302,0	5,0	157,5	4,0
5	72,5	85,0	302,0	5,0	157,5	5,0
6	72,0	86,0	303,0	6,0	158,0	6,5
7	72,0	86,5	303,5	6,5	158,5	7,0
8	71,5	86,5	304,0	7,0	158,0	7,5
9	70,5	87,0	305,0	8,0	157,5	9,0
10	70,0	87,5	305,0	8,0	157,5	10,0
11	69,5	88,0	305,5	8,5	157,5	11,0
12	69,0	89,0	306,0	9,0	158,0	12,5
13	68,5	89,5	307,0	10,0	158,0	13,5
14	68,0	90,0	307,5	10,5	158,0	14,5
15	67,0	90,0	308,0	11,0	157,0	15,5

Требуемые графики представлены ниже.



Как видно – результаты аналогичные: зависимость опускания не линейна, зависимость сжатия – прямо пропорциональная, приблизительно описывается функцией

$$d - d_0 \approx 1,0 \cdot n.$$

3. Сравнение. Как это не странно на первый взгляд – во втором случае деформации меньше, как по сжатию кольца, так и по опусканию груза. Объяснение такого результата может быть следующим:

а) Изменение высоты. В первом случае (крепление сверху) опускание происходит по двум причинам, во-первых, опускается центр кольца при его сжатии, во-вторых, уменьшение горизонтальной оси также приводит к движению вниз. Во втором случае (крепление снизу) опускание стаканчика из-за вертикального сжатия частично компенсируется расширением горизонтальной оси, поэтому стаканчик опускается меньше.

б) Степень деформации. В первом случае кольцо сжимается только под действием горизонтальных составляющих сил натяжения нитей, нить сверху не действует. Во втором – нить действует сверху, здесь силы натяжения стремятся сжать кольцо по вертикали, а горизонтальные составляющие сил натяжения нити (действующие на боковые стороны) частично препятствуют этому.