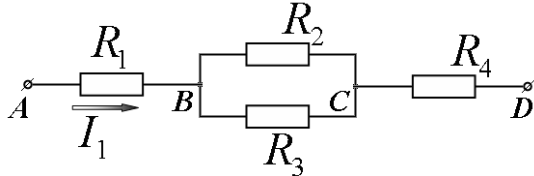


Узорные цепи

Условие

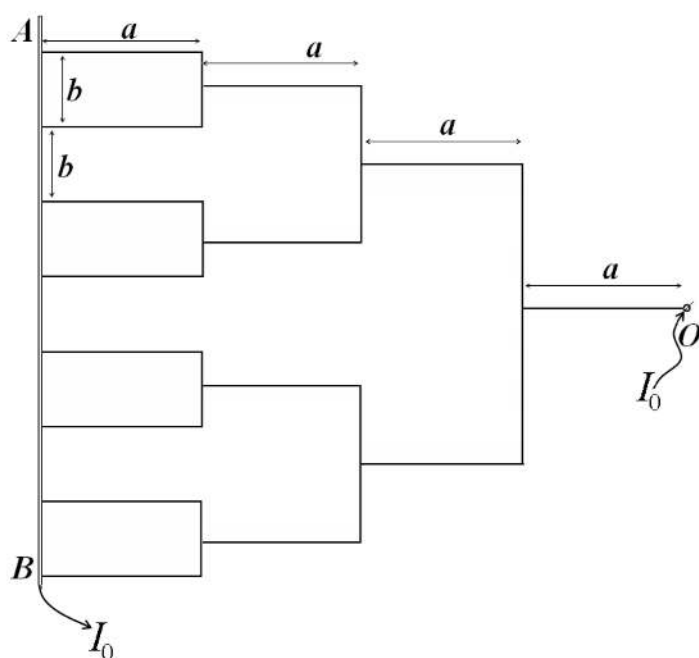
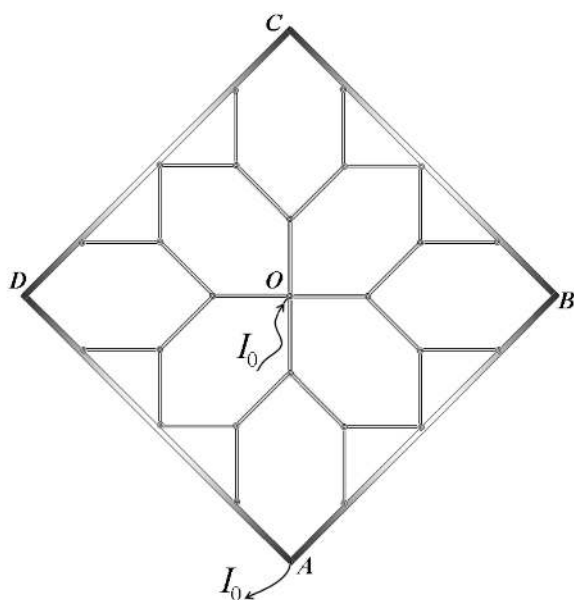
Задача 1. «Узорные цепи».

1.1 На рисунке изображен участок цепи. Сопротивления резисторов, показанных на рисунке равны $R_1 = 1,0 \text{ Ом}$, $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$, $R_3 = 4,0 \text{ Ом}$, $R_4 = 1,0 \text{ Ом}$, сила тока, протекающего через резистор R_1 равна $I_1 = 1,0 \text{ А}$. Найдите: - значения сил токов, протекающих через остальные резисторы; - напряжения на всех резисторах; - напряжение на участке AD ; - общее сопротивление данного участка цепи.



1.2 Из одинаковых стержней (электрическое сопротивление каждого из них равно R_0) изготовлена узорная решетка, показанная на рисунке. Эта решетка прикреплена к рамке $ABCD$, электрическое сопротивление которой пренебрежимо мало. К рамке и центру решетки подключили источник тока. При этом сила суммарного тока оказалась равной I_0 . Определите электрическое напряжение между точками A и O.

гическое
овлена
ешетка
гическое
амке и
и этом
делите



1.3 Из проволоки, сопротивление единицы длины которой равно r , изготовлен каркас, показанный на рисунке. Там же указаны и геометрические размеры каркаса (a, b) . С одной стороны все выводы каркаса подключены к стержню AB , электрическим сопротивлением которого можно пренебречь. К стержню и противоположному выводу O каркаса подключен источник тока. При этом сила суммарного тока оказалась равной I_0 . Определите электрическое напряжение между точками A и O . Определите электрическое сопротивление каркаса между точками A и O .

Решение

Задача 1. «Узорные цепи».

10 класс.

1.1 Так как резисторы $R_2 = 2,0\text{Ом}$ и $R_3 = 4,0\text{Ом}$ соединены параллельно, то напряжения на них одинаковы. Поэтому отношение сил токов через резисторы обратно отношению их сопротивлений. Кроме того, их сумма равна силе тока $I_1 = 1,0\text{А}$. Следовательно, силы токов

через эти резисторы равны

$$I_2 = I_0 \frac{R_3}{R_3 + R_2} \approx 0,67A; \quad I_3 = I_0 \frac{R_2}{R_3 + R_2} \approx 0,33A. \quad (1)$$

Сила тока через резистор $R_4 = 1,0\text{Ом}$ равна силе тока через первый резистор

$$I_4 = I_1 = 1,0A. \quad (2)$$

Напряжения на всех резисторах рассчитываются по закону Ома

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1 R_1 = 1,0B \\ U_2 &= U_3 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = 1,3B. \\ U_4 &= I_4 R_4 = 1,0B \end{aligned} \quad (3)$$

Напряжение на участке AD равно сумме

$$U_{AD} = U_1 + U_2 + U_4 = 3,3B. \quad (4)$$

Общее сопротивление цепи можно найти как отношения общего напряжения к общей силе тока

$$R_O = \frac{U_{AD}}{I_1} = 3,3\text{Ом}. \quad (5)$$

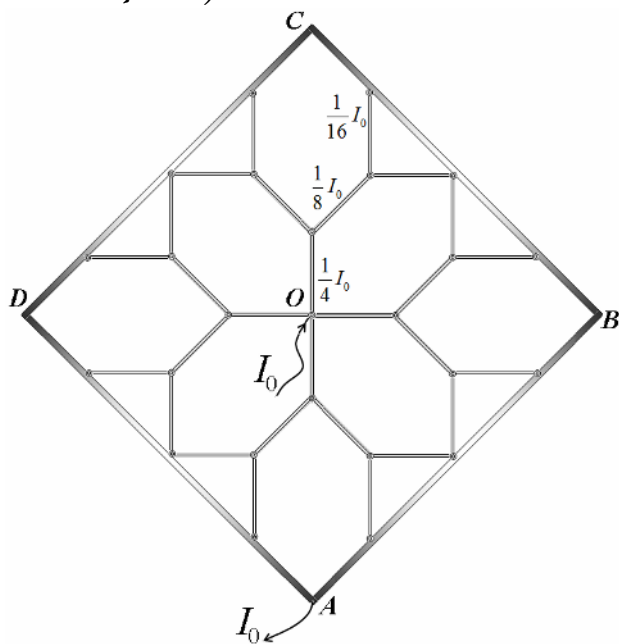
Возможна и иная последовательность расчетов.

1.2 Симметрия задачи позволяет сразу указать значения токов через все звенья сетки (см. рис). Поэтому искомое напряжение будет равно

$$U = \frac{1}{4}I_0 R + \frac{1}{8}I_0 R + \frac{1}{16}I_0 R = \frac{7}{16}I_0 R. \quad (6)$$

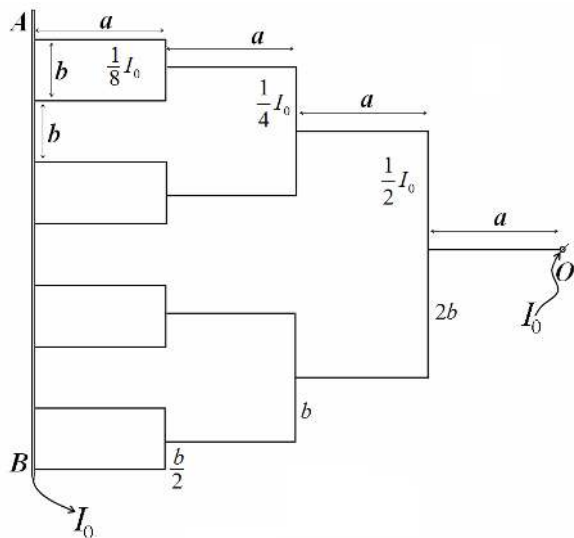
Мы воспользовались свойством потенциальности электростатического поля – разность потенциалов между точками не зависит от пути перехода от одной из них к другой.

Возможны и другие варианты решения (например, соединить точки равного потенциала).



1.3 В данной задаче распределение токов также очевидно (в каждом узле ток делится пополам). Не сложно найти и геометрические размеры всех участков (см. рис.). Искомое напряжение можно найти как сумму напряжений, двигаясь от точки O до стержня AB любым путем (мы пойдем «по краю»):

$$U = I_0 r \left(a + \frac{1}{2}(a + 2b) + \frac{1}{4}(a + b) + \frac{1}{8} \left(a + \frac{1}{2}b \right) \right) = I_0 r \left(\frac{15}{8}a + \frac{21}{16}b \right)$$



*** Возможны и другие варианты решения (например, соединить точки равного потенциала).

