

Вода и пар

Условие

Задача 3 «Вода и пар»

Напомним некоторые физические свойства воды:

- молярная масса $M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$;
- плотность $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; изменением плотности воды при изменении ее температуры можно пренебречь;
- удельная теплоемкость в жидком состоянии можно считать постоянной и равной $c_0 = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$;
- удельная теплота испарения, строго говоря, зависит от температуры, но в данной задаче этой зависимостью также можно пренебречь и считать ее равной $L = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$;
- молярная теплоемкость водяного пара при постоянном объеме равна $c_{1m} = 3R$, где - универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$;
- атмосферное давление считать постоянным и равным $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{Па}$;
- абсолютный нуль температуры $t_0 = -273,15^\circ\text{C}$
- зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры приведена в Таблице и представлена на графике (на отдельном листе).

Этим графиком вы можете пользоваться при решении задачи – проводить дополнительные построения.

Не забудьте этот лист с вашими построениями вложить в рабочую тетрадь и сдать его в жюри!

1.1 Определите температуру кипения воды при внешнем давлении равном $p = 1,27 \cdot 10^5 \text{Па}$

1.2 В сосуде объемом $V = 10 \text{ м}^3$ находится насыщенный водяной пар при температуре $t = 70^\circ\text{C}$. Чему равна масса этого пара?

1.3 В вертикальной трубе закрытой сверху и открытой снизу находится в равновесии столб воды, который доходит до верхнего края трубы. Какова может быть максимальная высота этого столба, если температура воды $t = 80^\circ\text{C}$?

1.4 Найдите отношение удельных теплоемкостей водяного пара (при постоянном объеме) и воды в жидком состоянии.

1.5 Воду, находящуюся при температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$ необходимо превратить в пар при атмосферном давлении. Какая доля требуемой для этого теплоты пойдет на нагревание воды до температуры кипения?

1.6 В герметичном теплоизолированном сосуде объемом $V = 1,0 \text{ м}^3$ находится насыщенный водяной пар при температуре $t_0 = 140^\circ\text{C}$. В сосуд впрыскивают $m_1 = 10 \text{ г}$ холодной воды при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$. Какая температура установится в сосуде при достижении теплового равновесия?

Решение

Задача 3 «Вода и пар»

1.1 Зависимость давления насыщенного пара от температуры является также зависимостью температуры кипения от внешнего давления. Поэтому для решения данного пункта задачи можно воспользоваться приведенной таблицей. Из таблицы следует, что искомая температура лежит в интервале от 100 до 110 градусов. Считая, что в этом интервале представленная зависимость линейна, находим

$$t_x = 100^\circ + \frac{10^\circ}{P_{110} - P_{100}}(P_x - P_{100}) \approx 106,8^\circ\text{C} \approx 107^\circ\text{C}. \quad (1)$$

1.2 Воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона

$$PV = \frac{m}{M}RT,$$

из которого найдем (давление пара определим по таблице)

$$m = \frac{MPV}{RT} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 31,16 \cdot 10^3 \cdot 10}{8,31 \cdot (273,15 + 70)} \approx 2,0 \text{ кг} \quad (2)$$

1.3 Столб воды разорвется, если давление в его верхней части станет равным давлению насыщенных паров при заданной температуре (при этом вода закипит). Отсюда следует

$$P_0 - \rho gh = P_{\text{нас}} \Rightarrow h = \frac{P_0 - P_{\text{нас}}}{\rho g} = \frac{1,0 \cdot 10^5 - 0,47 \cdot 10^5}{1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8} \approx 5,4 \text{ м}. \quad (3)$$

Заметим, что максимальная высота подъема холодной воды с помощью поршневого насоса примерно равна 10 м. Поэтому для подъема воды на большую высоту используют много ступенчатые насосные системы.

1.4 Отношение теплоемкостей равно

$$\frac{c_1}{c_0} = \frac{3R}{Mc_0} = \frac{3 \cdot 8,31}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 4,2 \cdot 10^3} \approx 0,33. \quad (4)$$

Теплоемкость пара всего в три раза меньше теплоемкости жидкой воды!

1.5 Искомая доля рассчитывается по хорошо известным формулам

$$\eta = \frac{c_0 m \Delta t}{c_0 m \Delta t + Lm} = \frac{1}{1 + \frac{L}{c_0 \Delta t}} \approx 0,13. \quad (5)$$

Столь малая доля объясняется чрезвычайно высокой удельной теплотой испарения воды.

1.6 В сосуде начнется конденсация пара, выделяющаяся при этом теплота пойдет на нагревание холодной воды. Главная проблема данной задачи заключается в том, что неизвестны ни конечная температура, ни масса сконденсировавшегося пара. Кроме того, зависимость давления насыщенного пара от температуры задана графически, что и заставляет искать графический способ решения задачи.

Запишем уравнение теплового баланса

$$L\Delta m + c_0 \Delta m(t_0 - t) = c_0 m_1(t - t_1), \quad (6)$$

здесь Δm - масса сконденсировавшегося пара, t - искомая конечная температура.

Запишем также уравнение состояния для пара в начальном и конечном состоянии

$$P_0 V = \frac{m}{M} R T_0$$

$$PV = \frac{m - \Delta m}{M} R T \quad (7)$$

Наконец, третьим уравнением является заданная графически зависимость давления (насыщенного пара) от температуры $P(T)$.

Из уравнений (7) получим

$$P_0 V = \frac{m}{M} R T_0 \Rightarrow m = \frac{MP_0 V}{R T_0}$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{m - \Delta m}{m} \frac{T}{T_0} = \frac{T}{T_0} - \frac{\Delta m}{m} \frac{T}{T_0} = \frac{T}{T_0} - \frac{\Delta m R T}{M P_0 V} \Rightarrow P = P_0 \frac{T}{T_0} - \frac{R T}{M V} \Delta m$$

Массу сконденсировавшегося пара выразим из уравнения (6), в котором можно пренебречь теплотой, выделившейся при остывании сконденсировавшейся воды

$$\Delta m = \frac{c_0 m_1 (T - T_1)}{L}.$$

Подставляя это выражение в формулу для конечного давления, получим

$$P = P_0 \frac{T}{T_0} - \frac{R T}{M V} \frac{c_0 m_1 (T - T_1)}{L} = \frac{P_0}{T_0} T - \frac{c_0 m_1 R}{M V L} T (T - T_1). \quad (8)$$

Это уравнение допускает графическое решение – слева стоит функция, заданная графиком, справа - квадратичная функция от искомой температуры (правда в абсолютной шкале). График функции, стоящей справа следует построить на графике зависимости давления насыщенных паров от температуры.

Подставляя численные значения (давление измеряем в кПа), получаем довольно простую функцию, график которой построить не сложно.

$$P = 0,875 \cdot T - 8,43 \cdot 10^{-3} \cdot T \cdot (T - T_1) \quad (9)$$

Результат построения показан на рисунке. Точка пересечения (конечная температура) $t = 90^\circ C$

