

Электрический дрейф

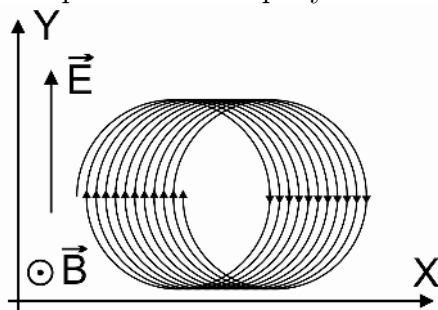
Условие

Задача 3. «Электрический дрейф»

В этой задаче мы предлагаем Вам описать движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях.

Часть 0. Частица с положительным зарядом q и массой m влетает в однородное магнитное поле с индукцией B (электрического поля нет). Скорость частицы v_0 перпендикулярна линиям поля. 0.1 Определите радиус окружности R , по которой движется частица. 0.2 Определите угловую скорость вращения ω частицы. 0.3 Определите период вращения T частицы по окружности.

Пусть в некоторой области пространства одновременно с магнитным полем B существует перпендикулярное ему электрическое поле E . Частица с положительным зарядом q и массой m влетает в эту область с некоторой скоростью. Вектор скорости лежит в плоскости перпендикулярной вектору магнитной индукции (рис. 1). Наличие электрического поля приведет к тому, что скорость частицы будет возрастать по мере смещения вдоль линий поля, а значит, будет увеличиваться радиус кривизны траектории. Это приведет к тому, что частица начнет медленно смещаться (дрейфовать) вдоль оси OX , и траектория движения будет иметь вид, изображенный на рисунке.



Часть 1. Приближенное решение. В этой части предлагаем Вам определить скорость дрейфа, рассмотрев движение с некоторым упрощением. Предположим, что траектория движения частицы состоит из двух полуокружностей (верхней и нижней). Вдоль верхней полуокружности частица движется со скоростью, соответствующей верхней точке траектории, вдоль нижней – со скоростью, соответствующей нижней точке траектории (рис.2). 1.1 Используя это приближение, определите среднюю скорость движения частицы v_D вдоль оси OX . Выразите эту скорость через напряженность электрического поля E и индукцию магнитного поля B .

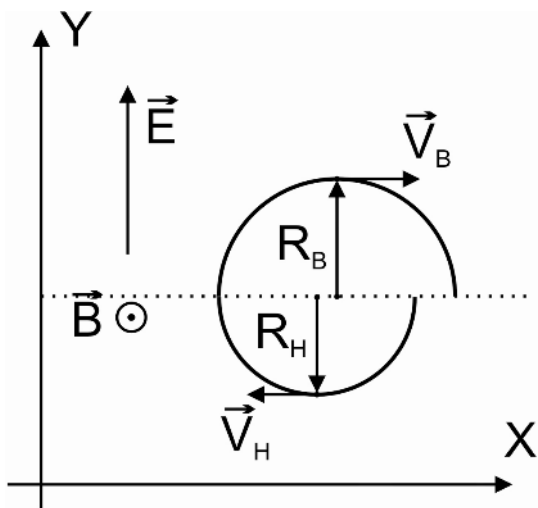
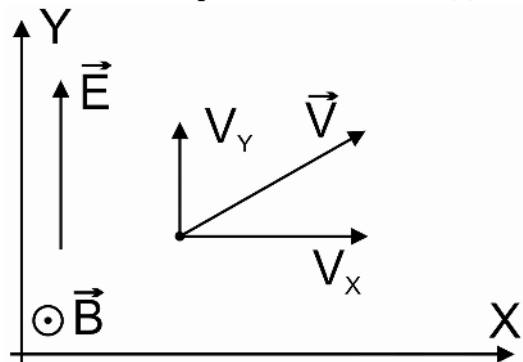


Рис. 3

Часть 2. Точное решение. 2.1 Частица движется во взаимно перпендикулярных полях E и B . Проекция скорости на ось OX равна v_x , на ось OY – v_y (рис. 3). Запишите выражения для проекций ускорения a_x и a_y . Рассмотрим колесо радиуса R с осью радиуса r , которое катится без проскальзывания вдоль оси OX со скоростью u (рис.4).



2.2 Запишите выражения для проекций v_x и v_y скорости точки А, находящейся на колесе под углом φ к оси OX .

2.3 Запишите выражения для проекций a_x и a_y ускорения точки А.

2.4 Используя выражения, полученные в пунктах 2.2 и 2.3, определите связь между проекциями скоростей и ускорений.

2.5 Сравните уравнения пункта 2.1 и 2.4 и запишите точное выражение для скорости дрейфа.

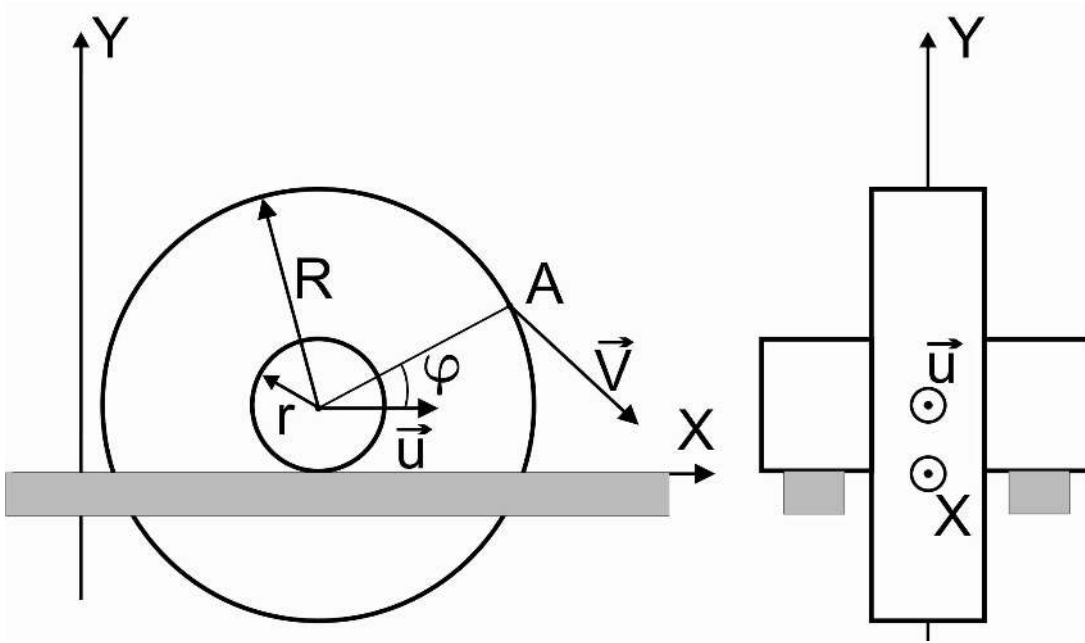


Рис. 4

Решение

Задача 3. «Электрический дрейф»***

Часть 0.

0.1 Радиус окружности:

$$R = \frac{mv_0}{qB} \quad (1)$$

0.2 Угловая скорость вращения:

$$\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{qB}{m}. \quad (2)$$

0.3 Период вращения:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (3)$$

Часть 1.

1.1 Радиус верхней и нижней полуокружностей равен:

$$R_B = \frac{mv_B}{qB} \quad \text{и} \quad R_H = \frac{mv_H}{qB}. \quad (4)$$

Время движения по двум полуокружностям равно:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (5)$$

Скорость дрейфа выражается следующим образом:

$$v_{\mathcal{I}} = 2 \frac{(R_B - R_H)}{T}. \quad (6)$$

Подставляя значения радиусов (4) и времени (5), получим:

$$v_{\mathcal{I}} = \frac{1}{\pi} (v_B - v_H) . \quad (7)$$

Разность скоростей определим из теоремы о кинетической энергии:

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_H^2}{2} = qE(R_B + R_H) . \quad (8)$$

Используя выражения (4), получим:

$$\frac{m}{2} (v_B^2 - v_H^2) = \frac{mE}{B} (v_B + v_H) . \quad (9)$$

Следовательно, разность скоростей равна:

$$v_B - v_H = 2 \frac{E}{B} . \quad (10)$$

Тогда скорость дрейфа:

$$v_{\mathcal{I}} = \frac{2}{\pi} \frac{E}{B} . \quad (11)$$

Часть 2.

2.1 Второй закон Ньютона в проекциях на оси OX и OY имеет вид:

$$\begin{aligned} OX : \quad qBv_Y &= ma_X \\ OY : \quad qE - qBv_X &= ma_Y \end{aligned} . \quad (12)$$

Проекции ускорений равны:

$$\begin{aligned} a_X &= \frac{qB}{m} v_Y \\ a_Y &= -\frac{qB}{m} v_X + \frac{qE}{m} \end{aligned} . \quad (13)$$

2.2 Проекция скорости на оси:

$$\begin{aligned} v_x &= u + \omega R \sin \varphi \\ v_y &= -\omega R \cos \varphi \end{aligned} , \quad (14)$$

где

$$\omega = \frac{u}{r} . \quad (15)$$

2.3 Проекция центростремительного ускорения:

$$\begin{aligned} a_x &= -\omega^2 R \cos \varphi \\ a_y &= -\omega^2 R \sin \varphi \end{aligned} \quad (16)$$

2.4 Выразим из уравнений (14) синус и косинус угла φ :

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{v_x - u}{\omega R} \\ \cos \varphi &= -\frac{v_y}{\omega R} \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя в уравнения (16), получим:

$$\begin{aligned}a_x &= \omega v_y \\ a_y &= -\omega v_x + \omega u\end{aligned}\tag{18}$$

2.5 При подстановке в систему (13) выражения для угловой скорости (2) получим:

$$\begin{aligned}a_x &= \omega v_y \\ a_y &= -\omega v_x + \omega \frac{E}{B}\end{aligned}\tag{19}$$

что аналогично системе (18).

Величина $\frac{E}{B}$ соответствует скорости u .

Таким образом, скорость дрейфа равна:

$$v_D = \frac{E}{B}\tag{20}$$