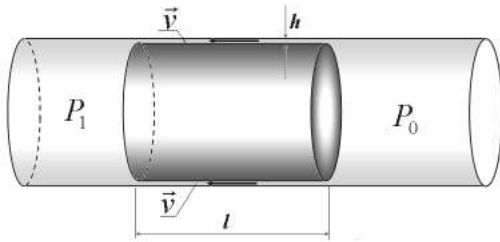


Просачивание

Условие

Задача 2. «Просачивание»

Внутри цилиндрической трубки с внутренним радиусом R находится сплошной цилиндр длиной l , радиус которого незначительно отличается от R . Между стенками трубки и боковой поверхностью цилиндра существует тонкий зазор толщиной h . Во всех пунктах данной задачи будем полагать, что толщина этого зазора постоянна и $h \ll R$. Из этого условия следует, что средняя скорость течения жидкости в зазоре значительно превышает скорость движения цилиндра. Поэтому при расчете сил вязкого трения движением цилиндра можно пренебречь и считать, что сила, действующая на движущийся цилиндр, равна силе, действующей на цилиндр неподвижный.



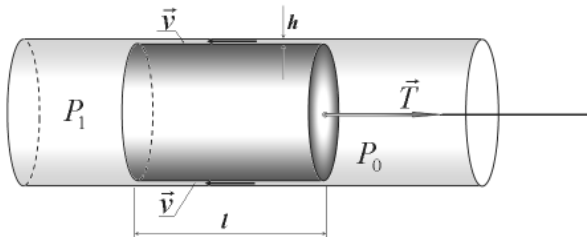
При протекании жидкости через зазор на стенки трубки и боковую поверхность цилиндра действует со стороны жидкости сила трения (вязкого). Величина этой силы, действующей на единицу площади поверхности (как внутренней поверхности трубки, так и боковой поверхности цилиндра), определяется по формуле

$$f = \gamma \frac{v_{\text{ср.}}}{h}, \quad (1)$$

где $v_{\text{ср.}}$ - средняя скорость течения жидкости в зазоре¹,

γ - постоянный коэффициент, зависящий только от свойств жидкости, который считайте известным. Такая же по модулю сила действует и на движущуюся жидкость. Понятно, что для того, чтобы жидкость протекала через зазор, необходимо создать некоторую разность давлений $\Delta P = P_0 - P_1$ с разных сторон цилиндра.

1. Неподвижный цилиндр.



Пусть цилиндр закреплен внутри цилиндра с помощью нити. С разных сторон цилиндра создана разность давлений $P_0 - P_1 = \Delta P$.

1.1 Определите среднюю скорость течения жидкости в зазоре $v_{\text{ср.}}$.

1.2 Определите расход жидкости (объем, протекающий за единицу времени) в зазоре.

1.3 Определите силу натяжения нити. Почему, и на сколько эта сила отличается от разности сил давления?

2. «Тонем и всплываем!»



Трубку с цилиндром расположили вертикали и закрыли ее нижний торец. Верхний торец открыт, жидкость полностью заполняет трубку. Плотность жидкости обозначим ρ_0 , а плотность материала цилиндра ρ_1 , причем $\rho_1 > \rho_0$.

2.1 Пусть цилиндр опускается с постоянной скоростью u . Чему равна средняя скорость движения жидкости в зазоре?

¹ Строго говоря, скорость течения жидкости в зазоре зависит от расстояния до стенки, однако для решения данной задачи нет необходимости рассматривать точное распределение скоростей жидкости, вполне достаточно определить именно среднюю скорость течения в зазоре.

2.2 Определите разность давлений жидкости между нижним и верхним основаниями цилиндра $\Delta P = P_0 - P_1$. Почему, и на сколько отличается эта разность давлений от гидростатического давления столба жидкости в зазоре?

2.3 Найдите скорость u , с которой будет опускаться цилиндр.

Рассмотрим всплытие цилиндра. Пусть плотность материала цилиндра меньше плотности жидкости $\rho_1 < \rho_0$.

2.4 Определите разность давлений жидкости между нижним и верхним основаниями цилиндра $\Delta P = P_0 - P_1$ в этом случае.

2.5 Определите скорость u , с которой будет всплывать цилиндр.