

Условие

Задание 1. Измерение малой теплоемкости.

Приборы и оборудование: Стакан с крышкой, термометр, сосуд с холодной водой, вода горячая, секундомер, мензурка, металлическое тело на нитке.

Измерение малых теплоемкостей является сложной задачей. При погружении тела с небольшой теплоемкостью C_0 в сосуд с водой температура воды изменяется незначительно, кроме того, оказываются существенными потери в окружающую среду.

В данной работе вам предлагается необычная методика измерения теплоемкости небольшого тела, внимательно разберитесь с теоретическим описанием этой методики (мы вам поможем!).

Часть 1. Изучение тепловых потерь в окружающую среду.

1.1 Измерьте температуру воздуха в комнате t_0 .

1.2 В центре крышки стакана проделайте небольшое отверстие для термометра, так чтобы он устойчиво стоял в стакане. Проделайте также в крышке отверстие для опускания исследуемого тела (для второй части работы). Залейте в стакан 200 г горячей воды (ее температура должна быть около 50°C), закройте крышку, вставьте термометр. Измерьте зависимость температуры воды в стакане от времени.

Теоретические подсказки. Мощность тепловых потерь в окружающую среду пропорциональна разности температур воды t и окружающего воздуха t_0 . Поэтому уравнение теплового баланса за малый промежуток времени¹ $\Delta\tau$ имеет вид

$$c_1 m_1 \Delta t = -\gamma(t - t_0) \Delta\tau, \quad (1)$$

где Δt - изменение температуры воды за этот промежуток времени, $c_1 = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ - удельная теплоемкость воды, m_1 - ее масса, γ - постоянный коэффициент теплоотдачи. Решением уравнения (1) является функция

$$(t - t_0) = (t_n - t_0) \exp\left(-\frac{\gamma}{c_1 m_1} \tau\right), \quad (2)$$

где t_n - начальная температура воды в стакане, $\exp(x) = e^x$ - функция экспонента.

1.3 Используя полученные экспериментальные данные, докажите применимость формулы (2) в данном случае. Рассчитайте значение коэффициента теплоотдачи γ (не забудьте о погрешности!)

Часть 2. Теплоемкость тела.

Основная идея метода заключается в том, что тело опускают в горячую воду неоднократно, каждый раз охлаждая его до комнатной температуры, поэтому вода в стакане остывает быстрее.

Теоретические подсказки.

¹ Чтобы не путать с температурами, время обозначаем символом τ

Пусть тело, имеющее теплоемкость C_0 и находящееся при температуре t_0 опускают в сосуд с водой, находящейся при температуре t . Пренебрегая теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями в окружающую среду, покажите, что количество теплоты, отданное водой пропорционально разности начальных температур воды и тела

$$Q = \beta(t - t_0) \quad (3)$$

Выразите коэффициент пропорциональности β через теплоемкость тела, удельную теплоемкость и массу воды в стакане.

Пусть охлажденное каждый раз тело опускают в сосуд через относительно небольшой промежуток времени $\delta\tau$. В этом случае можно считать, что средняя мощность теплоты, передаваемого телу равна

$$P = \frac{Q}{\delta\tau} = \frac{\beta(t - t_0)}{\delta\tau}. \quad (4)$$

Тогда уравнение теплового баланса (1) приобретет вид

$$c_1 m_1 \Delta t = -\gamma(t - t_0)\Delta\tau - \frac{\beta(t - t_0)}{\delta\tau}\Delta\tau, \quad (5)$$

Иными словами, мы считаем, что теплота переходит от воды к телу непрерывно и постоянно. По аналогии с формулой (2) запишите решение уравнения (5).

2.1 Проведите измерения зависимости температуры воды в стакане, при неоднократном опускании охлажденного тела в стакан.

Рекомендуем следующую методику измерений: Залейте в стакан с крышкой и термометром горячую воду. Опустите в стакан охлажденное до комнатной температуры исследуемое тело, через 30 секунд извлеките его и поместите на следующих 30 секунд в холодную воду, находящуюся при комнатной температуре. После этого опять опустите охлажденное тело в сосуд горячей водой на 30 секунд, затем на 30 секунд в холодную воду и так далее... При этом фиксируйте времена при которых температура воды уменьшается на 1 градус. Будьте внимательны: вам необходимо следить за временами перемещения тела из сосуда в сосуд и за временем остывания воды. При таких измерениях промежуток времени $\delta\tau$, фигурирующий в формуле (4), оказывается равным $\delta\tau = 60$ с.

2.2 Используя полученные экспериментальные данные, проверьте применимость решения уравнения (5) в описанном эксперименте.

2.3 Рассчитайте значение теплоемкости исследуемого тела.

Решение

Задание 1. Измерение малой теплоемкости.

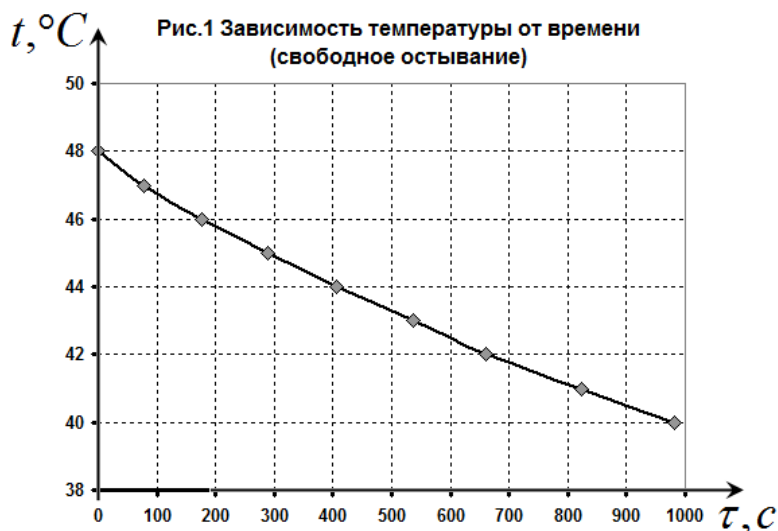
Часть 1. Изучение тепловых потерь в окружающую среду.

1.1 Температура воздуха в комнате равна $t_0 = (16,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$.

1.2 Результаты измерения зависимости температуры воды в стакане приведены в Таблице 1. График зависимости показан на рис.1 (хотя по условию задачи его построение не требуется)

Таблица 1.

$t, ^\circ\text{C}$	τ, c	$\ln(t - t_0)$
48	0	3,47
47	78	3,43
46	176	3,40
45	289	3,37
44	405	3,33
43	536	3,30
42	620	3,26
41	823	3,22
40	981	3,18



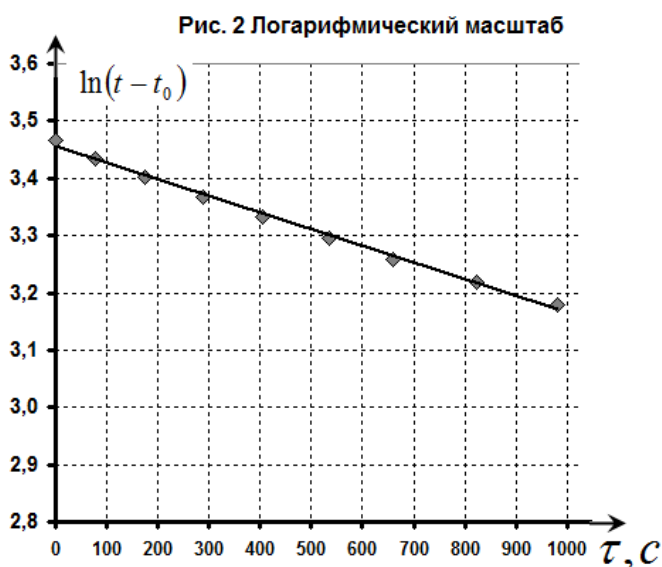
Для определения коэффициента теплоотдачи следует построить зависимость логарифма разности температур воды и окружающего воздуха от времени. Из формулы (2) условия задачи следует, что эта зависимость имеет вид

$$\ln(t - t_0) = \ln(t_n - t_0) - \frac{\gamma}{c_1 m_1} \tau. \quad (1)$$

поэтому является линейной. На рис. 2 показан график этой зависимости, построенный по экспериментальным данным. Экспериментальные данные подтверждают теоретическую зависимость. По МНК можно найти коэффициент наклона графика, который оказался равным $a = -(2,90 \pm 0,13) \cdot 10^{-4} \text{c}^{-1}$. Теоретическое значение этого коэффициента равно $a = -\frac{\gamma}{c_1 m_1}$. Что дает возможность вычисления коэффициента теплоотдачи

$$\gamma = -a c_1 m_1 = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{c}^{-1} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \cdot 0,20 \text{кг} = 0,24 \frac{\text{Вт}}{\text{K}},$$

С погрешностью $\Delta\gamma = \gamma \frac{\Delta a}{a} = 0,01 \frac{\text{Вт}}{\text{K}}$.



Часть 2. Теплоемкость тела.

Из уравнения теплового баланса для передачи теплоты от воды к телу

$$C_0(t_x - t_0) = c_1 m_1(t - t_x)$$

следует, что после установления теплового равновесия в сосуде установится температура равная

$$t_x = \frac{C_0 t_0 + c_1 m_1 t}{C_0 + c_1 m_1}.$$

Следовательно, тело получит (а вода отдаст) количество теплоты равное

$$Q = C_0(t_x - t_0) = C_0 \left(\frac{C_0 t_0 + c_1 m_1 t}{C_0 + c_1 m_1} - t_0 \right) = \frac{C_0 \cdot c_1 m_1}{C_0 + c_1 m_1} (t - t_0) \approx C_0(t - t_0).$$

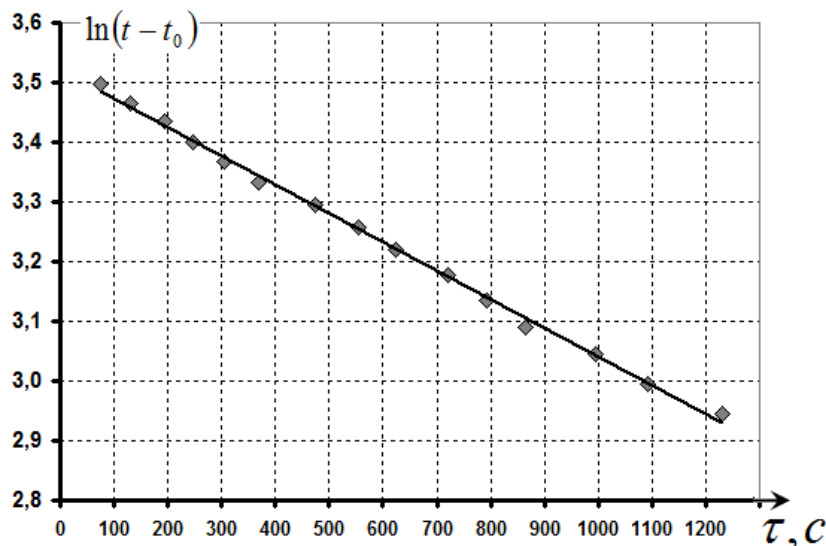
Здесь учтено, что теплоемкость воды в сосуде значительно больше теплоемкости тела. Таким образом, параметр β в уравнении (3) условия просто равен искомой теплоемкости тела C_0 . Уравнение (5) в условии совпадает с уравнением (1), если в нем положить $\gamma_1 = \gamma + \frac{C_0}{\delta\tau}$. Поэтому его решение имеет вид (2). Следовательно, для определения параметра γ_1 можно воспользоваться методикой, примененной ранее для нахождения параметра γ . В таблице 2 приведены результаты измерений зависимости температуры от времени при постоянном опускании исследуемого тела в стакан. На рис.3 построен график экспериментальной зависимости в логарифмическом масштабе.

Таблица 2.

$t, ^\circ C$	τ, c	$\ln(t - t_0)$
51	0	3,56
50	20	3,53
49	76	3,50
48	129	3,47
47	195	3,43
46	247	3,40
45	306	3,37
44	370	3,33
43	475	3,30
42	553	3,26
41	623	3,22
40	720	3,18
39	792	3,14
38	865	3,09
37	995	3,04
36	1092	3,00
35	1231	2,94

Рис. 3 Логарифмический масштаб

Рис. 3 Логарифмический масштаб



Коэффициент наклона данного графика, найденный по МНК равен

$$a_1 = -(4,82 \pm 0,17) \cdot 10^{-4} c^{-1}$$

Следовательно, параметр

$$\gamma_1 = -a_1 c_1 m_1 = 4,8 \cdot 10^{-4} c^{-1} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 0,20 \text{ кг} = 0,40 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$$

с погрешностью $\Delta\gamma_1 = 0,01 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$.

Разность этих параметров равна

$$\gamma_1 - \gamma = \frac{C_0}{\delta\tau} = (0,16 \pm 0,02) \frac{\text{Вт}}{\text{К}},$$

откуда следует, что теплоемкость исследуемого тела равна

$$C_0 = (\gamma_1 - \gamma)\delta\tau = (9,6 \pm 1,2) \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Заметим, что при массе использованного нами железного болта массой примерно равной 20 г, получается практически табличное значение $\overline{C}_0 = cm = 0,46 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}} \cdot 20 \text{ г} = 9,2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Таким образом, предложенная методика позволила измерить теплоемкость тела, которая значительно меньше теплоемкости воды в сосуде. При стандартной методике (опустить тело в сосуд и измерить уменьшение температуры), этого достичь невозможно!