

Условие

Задача 9.2 Занимательное путешествие.

Однажды юный физик Федя ехал в поезде к бабушке. Чтобы время не проходило в пустую, Федя решил измерить скорость и ускорение поезда, а также определить расстояние между остановками. К счастью для него, поезд двигался предельно просто: сначала равноускоренно разогнался до некоторой скорости, затем двигался равномерно и, наконец, тормозил, двигаясь также с постоянным ускорением. Однако, к огорчению Федя, появились сразу две проблемы. Первая — как измерить расстояние. Поразмыслив, Федя решил считать столбы линии электропередач, проходящей вдоль путей. К сожалению, Федя не знал расстояния между ними, но решил, что пока будет измерять расстояние в столбах, а в метры переведет потом.

Вторая проблема — измерение времени. Торопясь на поезд, Федя забыл дома и часы и мобильный телефон. Юный физик, как это не странно, решил измерять время шагами. Дело в том, что Федя мечтал служить в роте почетного караула и давно умел шагать в одном темпе. Промежуток времени между шагами он не знал, но был уверен в его постоянстве. «В секунды переведу потом», — подумал Федя.

Таким образом, решив измерять столбами и шагами, юный физик приготовился к эксперименту. За окном стоял «столб номер ноль» — так обозначил его Федя.

Поезд тронулся, и юный физик начал считать количество шагов между появлениями столбов. Результаты измерений приведены в таблице.

Таблица результатов наблюдений.

Номер столба	Количество шагов
1	19
2	8
3	6
4	5
5	4
6	4
7	4
8	3

«Для определения ускорения вполне достаточно», — подумал Федя и присел, продолжая считать столбы. Досчитав до 45 столба, он почувствовал, что поезд перестал ускоряться. «Отлично», — подумал Федя, — «началось равномерное движение». Смекнув, что шаги теперь считать не обязательно, юный физик сосредоточился на столбах. Тем более, что его марширование по вагону вызывало некоторое раздражение у пассажиров. Насчитав еще 200 столбов, Федя почувствовал, что поезд начал тормозить. Торможение растянулось еще на 30 столбов.

Весь путь до следующей остановки Федя обрабатывал результаты эксперимента.

1. Чему равно ускорение поезда при разгоне, вычисленное Федей в его системе единиц? 2. Какова скорость поезда при его равномерном движении? 3. Чему равно ускорение поезда при торможении? 4. Определите также среднюю скорость поезда на всем пути между остановками.

Выйдя из поезда, Федя решил проделать еще одно измерение. Сначала он измерил длину вагона, которая оказалась равна 50 его шагам. Затем он остановился возле начала вагона и, как только поезд тронулся, начал маршировать, шагая в ту же сторону, в которую двигался поезд. Конец вагона проехал мимо Феде, когда он сделал 15 шагов. Удивительно, но эти измерения позволили юному физику рассчитать число шагов между столбами.

5. Сколько шагов Феде умещается между двумя столбами?

«Если я связал шаги со столбами, и столбы мне больше не нужны, то в чем же я теперь измеряю скорость и ускорение?» — подумал Федя.

6. Пересчитайте определенные вами раньше значения ускорений и скоростей и укажите единицы измерения.

Приехав к бабушке, Федя перестал думать об этой странной ситуации и хорошо отдохнул. Окончательное решение он проделал значительно позже, в следующем учебном году на уроке физкультуры. Юный физик не стал бежать стометровку, а (во имя науки) промаршировал ее в привычной манере ровно за 4 минуты, сделав ровно 200 шагов.

7. Определите ускорения и скорости поезда в «привычных» единицах СИ. 8. Сколько метров отделяли два остановочных пункта в эксперименте Феди?

Решение

Задача 9.2 Занимательное путешествие.

1. Если Федя измеряет расстояние в столбах, а время в шагах, то единицей измерения скорости является [столбов/шаг], а ускорения — [столбов/шаг²]. Движение поезда при разгоне — равноускоренное, следовательно, пройденный путь равен:

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

причем расстояние измеряется в столбах а время в шагах. Для более точного определения ускорения необходимо построить график зависимости S от t^2 . Для этого добавим в таблицу, составленную Федей, третью колонку в которую занесем время движения (в шагах) поезда.

Номер столба, S	Количество шагов	Время движения	t^2
1	19	19	361
2	8	27	729
3	6	33	1089
4	5	38	1444
5	4	42	1764
6	4	46	2116
7	4	50	2500
8	3	53	2809

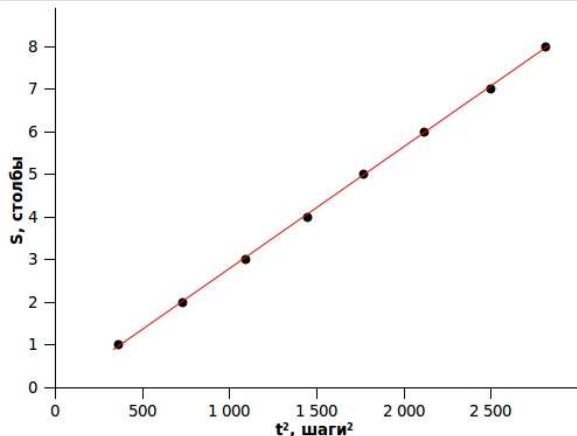


График зависимости S от t^2 представлен на рисунке. Наклон графика равен $2,9 \cdot 10^{-3}$, ускорение при разгоне равно:

$$a_P = 5,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{столбов}}{\text{шаг}^2}. \quad (2)$$

Поезд разгонялся на расстоянии равном 45 столбам. Скорость определим по формуле:

$$v = \sqrt{2aS} = 0,72 \frac{\text{столба}}{\text{шаг}}. \quad (3)$$

3. Т. к. поезд тормозит на расстоянии в 1,5 раза меньшем чем разгоняется (30 против 45), то его ускорение при торможении в 1,5 раза больше:

$$a_T = 8,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{столбов}}{\text{шаг}^2}. \quad (4)$$

4. Время разгона равно: $t_P = \frac{v}{a_P} = 124 \text{ шага}$, время торможения $t_T = 83 \text{ шага}$, а время движения с постоянной скоростью $t_{\Pi} = \frac{200 \text{ столбов}}{v} = 278 \text{ шагов}$. Тогда средняя скорость равна:

$$\langle v \rangle = \frac{45 + 200 + 35}{124 + 278 + 83} = 0,58 \frac{\text{столбов}}{\text{шаг}}. \quad (5)$$

5. Обозначим длину шага Феи за l . Тогда за время, в течение которого Фея делает 15 шагов, поезд равноускоренно пройдет расстояние $(50 + 15)l$. Следовательно:

$$\frac{a_P 15^2}{2} = 65l. \quad (6)$$

Подставляя значение ускорения, получим:

$$l = 0,01 \text{ столба}. \quad (7)$$

6. Один столб равен 100 шагам. Поэтому:

$$a_P = 0,58 \text{ шаг}^{-1}, \quad (8)$$

$$a_T = 0,87 \text{ шаг}^{-1}, \quad (9)$$

$$v = 72, \quad (10)$$

$$\langle v \rangle = 58, \quad (11)$$

Формально скорость становится безразмерной величиной, а ускорение измеряется в обратных шагах. Однако на самом деле не вполне корректно сокращать шаги в числителе и в знаменателе, т. к. в знаменателе шаг является мерой расстояния, а в числителе мерой времени.

7. По результатам забега на 100-метровую дистанцию, определяем, что длина шага Феи равна 0,5 м, а промежуток времени между ними равен 1,2 с. Расстояние между столбами, очевидно, 50 м. Подставляя в (2) — (5), получим:

$$a_P = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (12)$$

$$a_T = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (13)$$

$$v = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (14)$$

$$\langle v \rangle = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (15)$$

8. Расстояние между остановками:

$$S = 280 \text{ столбов} \cdot 50 \text{ м} = 14 \text{ км}. \quad (16)$$