

Условие

Задача 11-2 Полумаятник

В данной задаче Вам необходимо исследовать колебания математического маятника при наличии ограничений, а также показать свои умения в теоретических расчетах.

Оборудование: штатив с двумя лапками, нить с грузом, секундомер, линейка.

Привяжите нить с грузом к лапке штатива. Длина нити должны быть около $L \approx 1\text{ м}$.

Часть 1. Упор снизу.

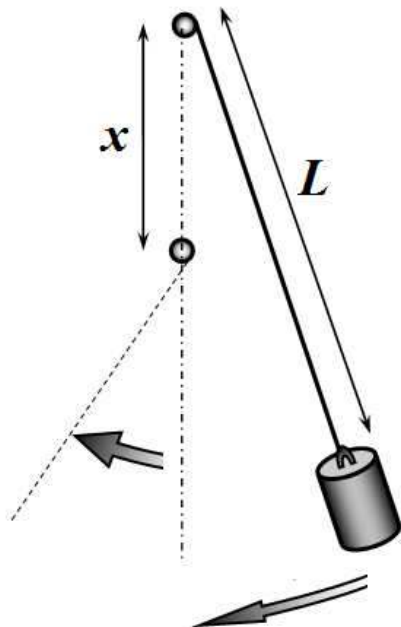
На том же штативе ниже на расстоянии x закрепите упор (стержень). При движении нити маятника она должна зацепляться за стержень.

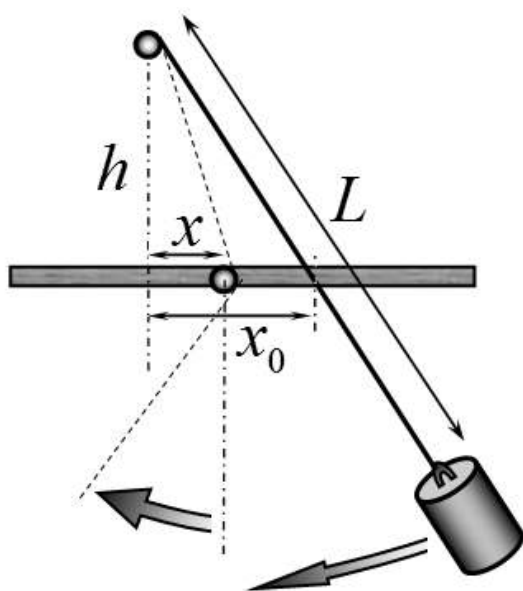
1.1 Измерьте зависимость периода колебаний маятника от положения упора $T(x)$. 1.2 Постройте график полученной зависимости. 1.3 Получите теоретически формулу для периода указанных колебаний. 1.4 Для сравнения результатов теоретических расчетов с результатами измерений, представьте экспериментальную зависимость в линеаризованной форме. Соответствует ли полученная зависимость данным теоретического анализа?

Часть 2. Упор сбоку.

Установите точку подвеса маятника на высоте над столом равной половине длины маятника $h \approx \frac{L}{2}$. На столе закрепите упор, в качестве которого используйте линейку и скотч. Горизонтальное расстояние между упором и вертикалью, проходящей через точку подвеса, обозначим x . Начальное отклонение маятника (измеренное на уровне поверхности стола) обозначим x_0 . Проведите измерения при $x_0 \approx 30\text{ см}$. Точное значение, использованное в ваших экспериментах, укажите.

2.1 Измерьте зависимость периода колебаний маятника от положения упора $T(x)$ при фиксированном значении x_0 . Измерения проведите только при положительных значениях x . 2.2 Постройте график полученной зависимости. 2.3 Теоретическая формула слишком сложна для практического использования. Поэтому, основываясь на экспериментальных данных, предложите упрощенную формулу, позволяющую рассчитывать период колебаний в зависимости от положения упора x .





Решение

Задача 11-2 Полумаятник.

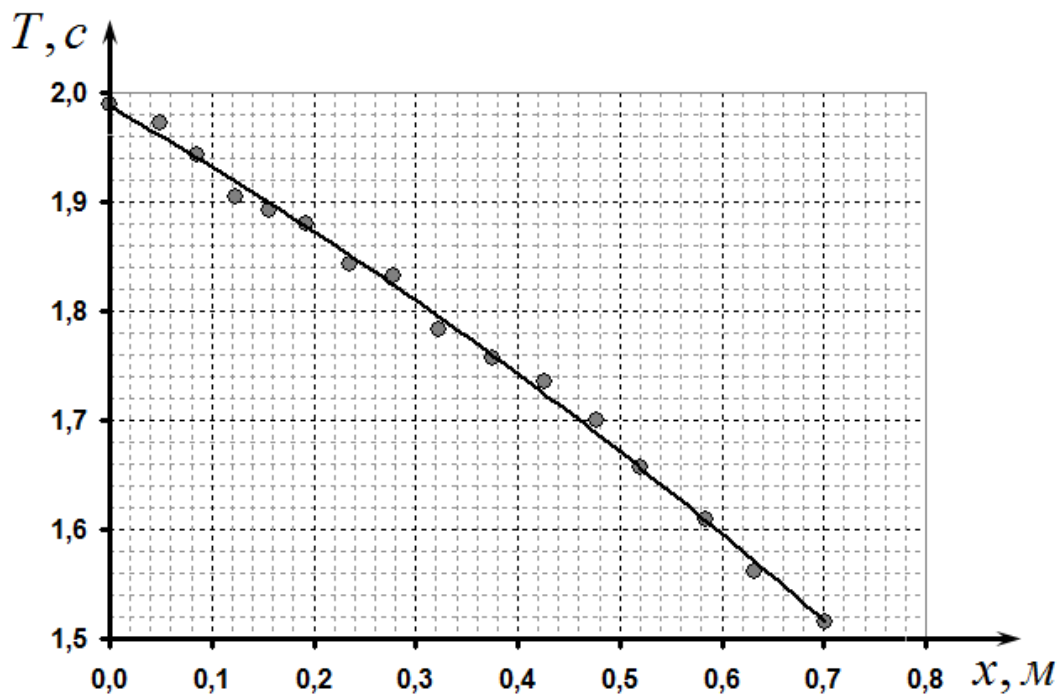
Часть 1. Упор снизу.

В ходе измерений использовался маятник длиной $L = 0,96$ м.

1.1 Результаты измерений зависимости периода колебаний от положения упора приведены в Таблице 1. Периоды колебаний получены по измерениям 10 колебаний. Рядом показан график полученной зависимости.

Таблица 1.

x, м	**T, с**
0,000	1,989
0,050	1,972
0,085	1,943
0,123	1,905
0,156	1,893
0,192	1,880
0,236	1,844
0,279	1,832
0,323	1,783
0,375	1,757
0,427	1,735
0,477	1,700
0,520	1,657
0,584	1,610
0,632	1,562
0,701	1,515



1.3 Очевидно, что период колебаний будет равен полусумме периодов колебаний маятников с длинами L и $(L - x)$:

$$T = \frac{T_0 + T_1}{2} = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} + \pi \sqrt{\frac{L - x}{g}}. \quad (1)$$

1.4 Линеаризация данной зависимости может быть проведена различными способами. Один из них следующий. Представим формулу (1) в виде

$$2\frac{T}{T_0} = 1 + \sqrt{\frac{L - x}{L}}, \quad (2)$$

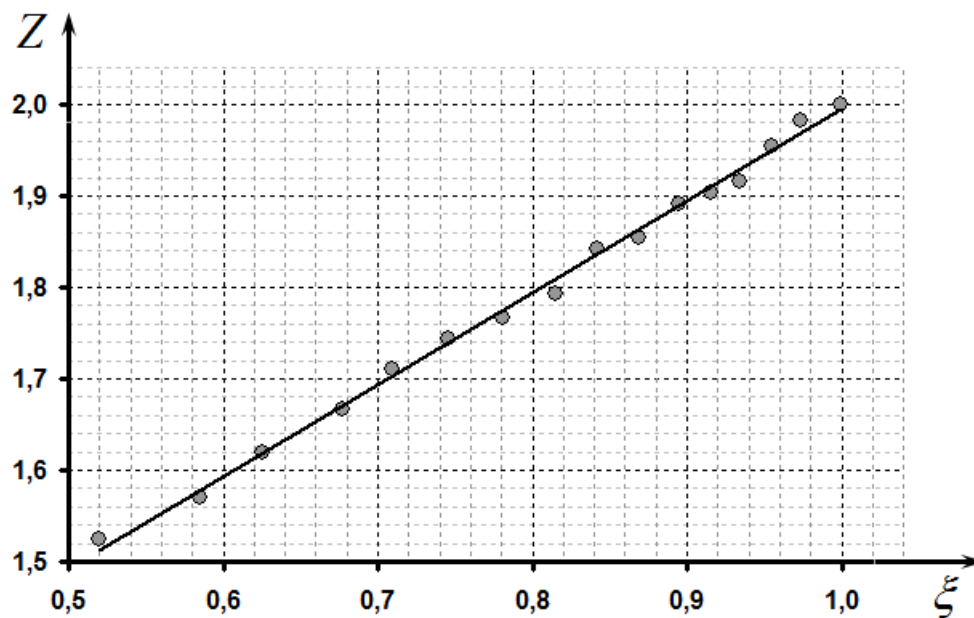
где $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ - период колебаний маятника без упора. Зависимость величины $Z = 2\frac{T}{T_0}$ от величины $\xi = \sqrt{\frac{L - x}{L}}$ имеет простой вид

$$Z = 1 + \xi. \quad (3)$$

В таблице 2 приведены результаты расчетов величин этой зависимости, проведенные по экспериментальным данным. Справа показан график полученной зависимости.

Таблица 2.

ξ	Z
1,000	2,000
0,974	1,983
0,955	1,954
0,934	1,915
0,915	1,903
0,894	1,891
0,868	1,854
0,842	1,842
0,815	1,793
0,781	1,767
0,745	1,744
0,709	1,710
0,677	1,666
0,626	1,619
0,585	1,570
0,519	1,524



В полном соответствии с теоретической формулой (3) получена линейная зависимость. Параметры этой зависимости $Z = a\xi + b$, рассчитанные по МНК, оказались равными

$$\begin{aligned} a &= 1,00 \pm 0,03 \\ b &= 0,99 \pm 0,03 \end{aligned} \quad (4)$$

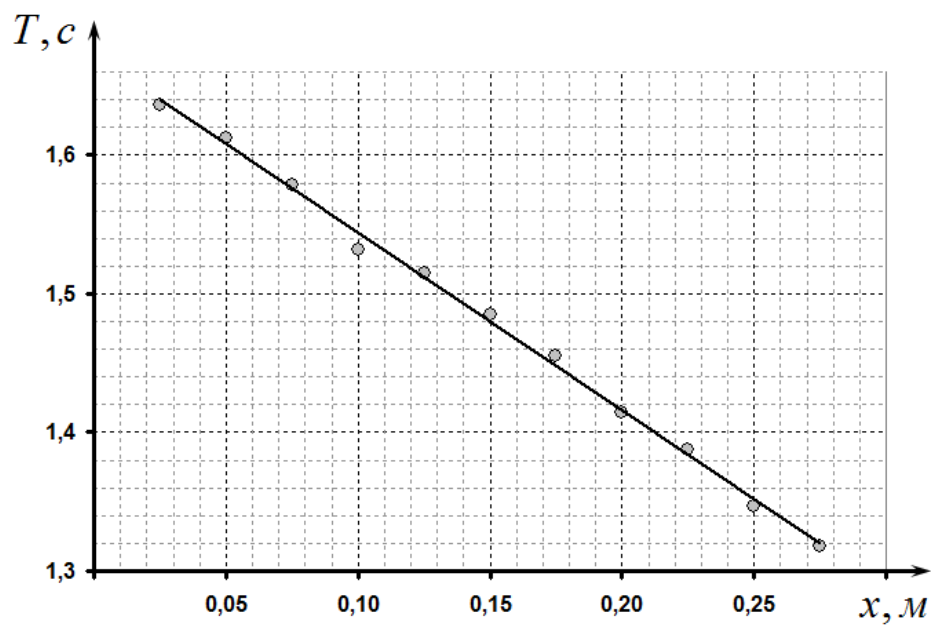
Что полностью подтверждает теоретическую формулу.

Часть 2. Упор сбоку.

Измерения проведены при $L = 0,88$ м, $x_0 = 0,30$ м. Результаты измерений зависимости периода колебаний T от положения упора x приведены в таблице 3. Рядом показан график полученной зависимости.

Таблица 3.

<i>x</i>, м	<i>T</i>, с
0,025	1,637
0,050	1,613
0,075	1,579
0,100	1,532
0,125	1,515
0,150	1,486
0,175	1,455
0,200	1,414
0,225	1,388
0,250	1,347
0,275	1,318



Как ни странно, эта зависимость с достаточной точностью может быть описана линейной функцией (период в секундах, x - в метрах)

$$T = 1,67 - 1,28x. \quad (5)$$