

Условие

Задание 2. Бенгальский огонь

Однородное тонкое кольцо радиуса $R = 1,0$ м из горючего материала аккуратно разрезают и поджигают с одного конца (рис. 1). Будем считать, что точка горения кольца движется с небольшой постоянной скоростью $v = 10$ мм/с по часовой стрелке от точки A , а все продукты сгорания улетучиваются.

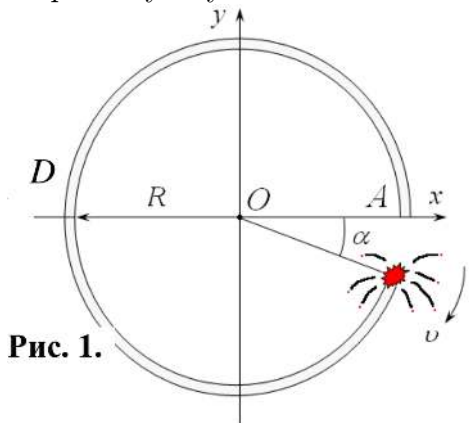


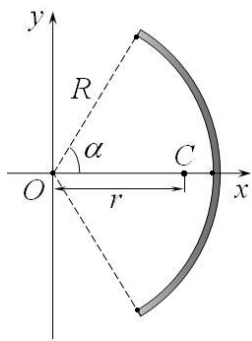
Рис. 1.

Часть 0. Подготовительная.

0.1 Покажите, что центр масс C тонкой однородной дуги радиуса R с углом полураствора α (радиан) лежит на оси её симметрии на расстоянии $r = OC = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ от её геометрического центра O (рис. 2).

Этот результат (даже если Вы не смогли это показать!) можно смело использовать в следующих пунктах задачи.

0.2 За какое время все кольцо сгорит?



Часть 1. «Механический огонь»

Далее рассматриваем горящее кольцо (см. рис. 1).

1.1 Постройте траекторию движения центра масс неподвижного кольца в процессе его горения.

Не забудьте получить уравнение этой траектории. Её можно задать различными способами: в явном виде, в параметрической форме в виде зависимости координат от времени, в декартовой, в полярной системе координат и т.д.

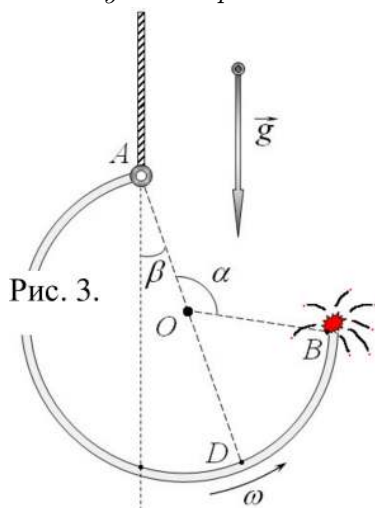
Горящее кольцо аккуратно подвесили на нити, прикрепленной к нему в точке A (рис. 3). С течением времени диаметр AD кольца будет медленно отклоняться от вертикали вправо, положение этого диаметра определяется углом β . Сопротивление воздуха присутствует!

1.2 Постройте график зависимости угловой скорости поворота центра кольца от времени $\omega(t)$.

1.3 Постройте график зависимости угла поворота центра кольца от времени $\beta(t)$.

1.4 Постройте траекторию горящего огня.

Не забудьте привести явные выражения для искомых зависимостей $\omega(t)$ и $\beta(t)$.*



Часть 2. «Электростатический огонь»

Если по кольцу до поджигания был равномерно распределен заряд q , то в процессе горения напряжённость $\vec{E}$ электростатического поля в его центре будет изменяться как по модулю, так и по направлению.

2.1 Найдите модуль напряжённости $E(\alpha)$ электростатического поля горящего кольца в зависимости от углового размера α выгоревшей дуги.

2.2 Найдите модуль максимальной напряжённости $\vec{E}_{\max}$ электрического поля в центре кольца при таком процессе. При каком угле $\alpha_{\max}$ это достигается?

¹ Задача допускает и более короткое решение, кроме того, в решении есть пункты, которые отсутствуют в окончательном варианте условия. Но автор очень старался!