

Условие

Задание 3. Как разгоняется газ?

*Цель данной задачи – показать, как газы протекают через сопло реактивного двигателя, почему профиль сопла изменяется не монотонно: сначала сужается, а затем расширяется! Точные расчеты формы сопла и в настоящее время представляют собой невероятно сложную аэродинамическую задачу, поэтому мы ограничимся самыми простыми примерами, показывающими основные физические идеи, лежащие в основе конструирования реактивных двигателей. Поэтому задача содержит много промежуточных вопросов, которые помогут Вам прийти к далекому финишу этой задачи

Подсказки.

1. Процесс, протекающий без теплообмена, называется адиабатическим. Уравнение адиабатического процесса идеального газа имеет вид*

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad (1)$$

показатель адиабаты γ (для всех газов $\gamma > 1$) и молярную массу газа M считайте известными.

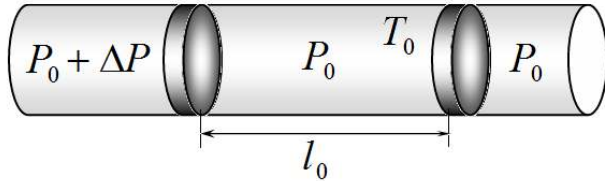
2. Во многих пунктах задачи используйте приближенную формулу

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \quad (2)$$

справедливую при $x \ll 1$ и любых α .

Часть 1. В цилиндрической трубе.

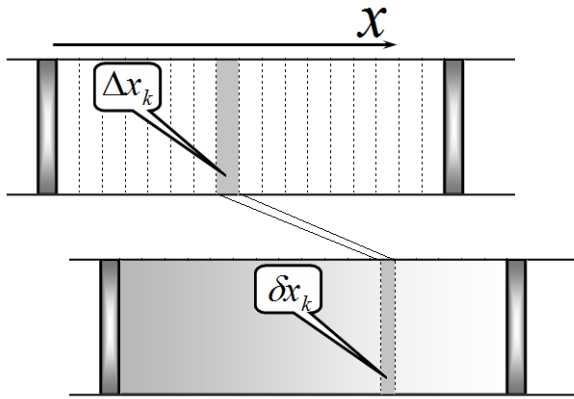
В очень длинной горизонтальной цилиндрической трубе находятся два легких (массой можно пренебречь) плотно пригнанных поршня, которые могут скользить по трубе без трения. В начальный момент между поршнями находится идеальный газ при температуре T_0 и давлении P_0 , расстояние между поршнями равно l_0 . Снаружи от поршней находится газ под давлением P_0 , т.е. система находится в равновесии. Теплопроводностью и теплоемкостью стенок трубы и поршней следует пренебрегать.



В некоторый момент времени слева от поршней давление резко возросло на величину ΔP (причем $\Delta P \ll P_0$), поршни и газ между ними пришли в движение. Считайте, что давления снаружи от поршней поддерживаются постоянными.

В данной части задачи Вам необходимо определить увеличиться, или уменьшится расстояние между поршнями в процессе их движения.

Подсказки. Мысленно разбейте пространство между поршнями на малые равные промежутки (можно даже считать, что между ними есть тонкие невесомые перегородки) и следите за отдельными порциями газа Δx_k и все характеристики этих порций определяйте как функции их начальных координат x (не смотря на то, что реальные координаты перегородок изменяются в процессе движения).



1. Процесс установления равновесия в газе между поршнями можно условно разбить на два этапа: первый: установление равновесного распределения давления, которое происходит практически мгновенно; можно считать, что на этом этапе изменение объема каждой выделенной порции газа происходит адиабатически, т.е. без теплообмена; второй: установление теплового равновесия посредством теплообмена между отдельными порциями газа; на этом этапе можно пренебречь работой газа над внешними телами.

1.1 Определите установившееся ускорение поршней a (когда ускорения каждого из поршней будут равны).

1.2 Определите зависимость давления газа между поршнями от координаты x (напоминаем – это координаты в начальном положении) $P(x)$

1.3 Найдите зависимость относительной деформации газа от координаты x на первом этапе установления равновесия..

Подсказка: Пусть начальная толщина выделенной порции газа равна Δx_k , а в процессе движения она стала равной δx_k . Тогда относительной деформацией называется величина $\varepsilon = \frac{\delta x_k - \Delta x_k}{\Delta x_k}$. Считайте все деформации малыми $\varepsilon \ll 1$

1.4 Найдите изменение расстояния между поршнями Δl_1 на первом этапе установления равновесия. Уменьшится или увеличится это расстояние по сравнению с l_0 ?

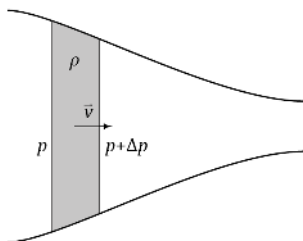
1.5 Найдите распределение температуры газа между поршнями на первом этапе установления равновесия.

1.6 Найдите установившуюся температуру газа между поршнями после установления теплового равновесия.

1.7 Найдите изменение расстояния между поршнями Δl_2 после установления теплового равновесия. Уменьшится или увеличится это расстояние по сравнению с l_0 ?

Часть 2. В сопле переменного сечения.

В реактивном двигателе, газы появляющиеся в результате сгорания топлива проходят через сопло, площадь сечения которого плавно изменяется. Рассмотрим небольшую порцию газа проходящего через сопло. Так как газ проходит через сопло очень быстро, то все процессы, протекающие в нем можно считать адиабатическими.



2.1 Найдите зависимость плотности этой порции газа ρ от его давления p , при условии, что на входе в сопло плотность газа равна ρ_0 , а давление P_0 .

2.2 Определите зависимость изменения плотности данной порции газа $\Delta\rho$ от изменения его давления ΔP . Выразите эту зависимость через локальную скорость звука в этом газе, которая определяется по формуле $c = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$

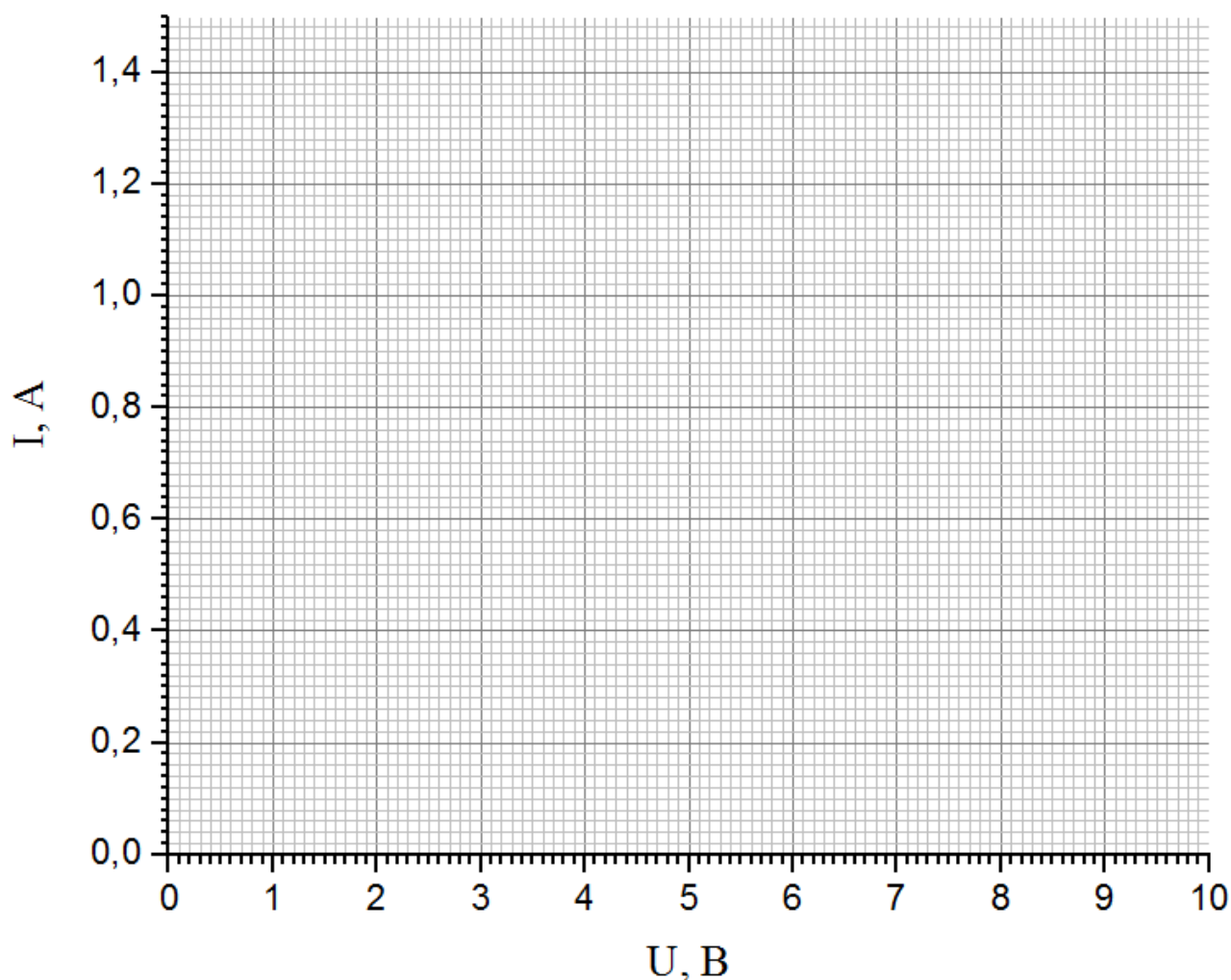
2.3 Определите изменение скорости порции газа Δv при ее малом смещении, если давление при этом изменилось на величину ΔP . Выразите эту величину через ΔP , плотность газа ρ и ее скорость v .

2.4 Выразите изменение скорости порции газа Δv через площадь сечения в данной точке, изменение площади сечения ΔS , скорость газа v и локальную скорость звука c .

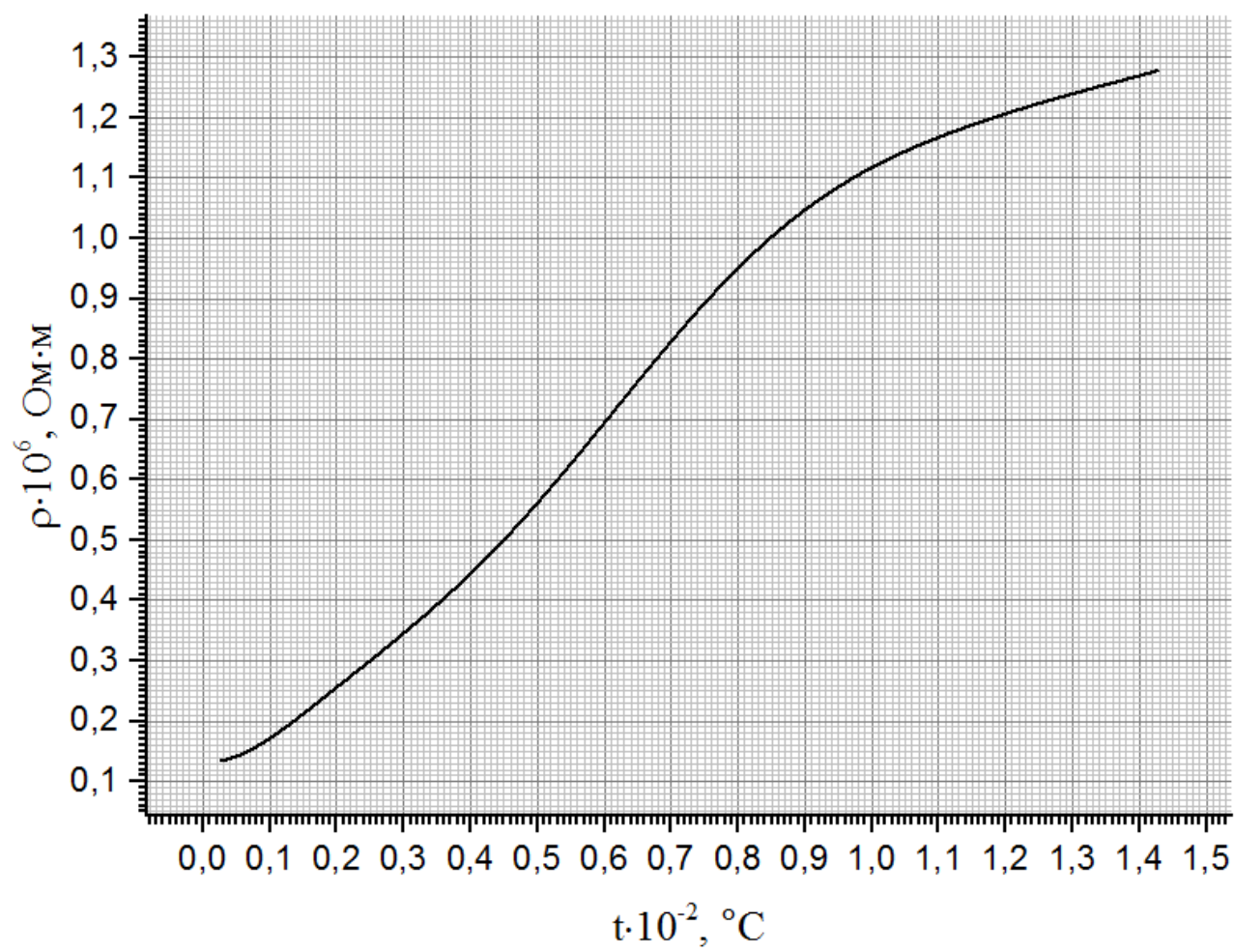
2.5 При прохождении через сопло газ должен разогнаться до скорости, выше локальной скорости звука. Нарисовать качественно форму такого сопла, если в начале скорость v_0 была меньше локальной скорости звука c . Указать, в какой точке вашего рисунка $v = c$.

Бланки к задачам

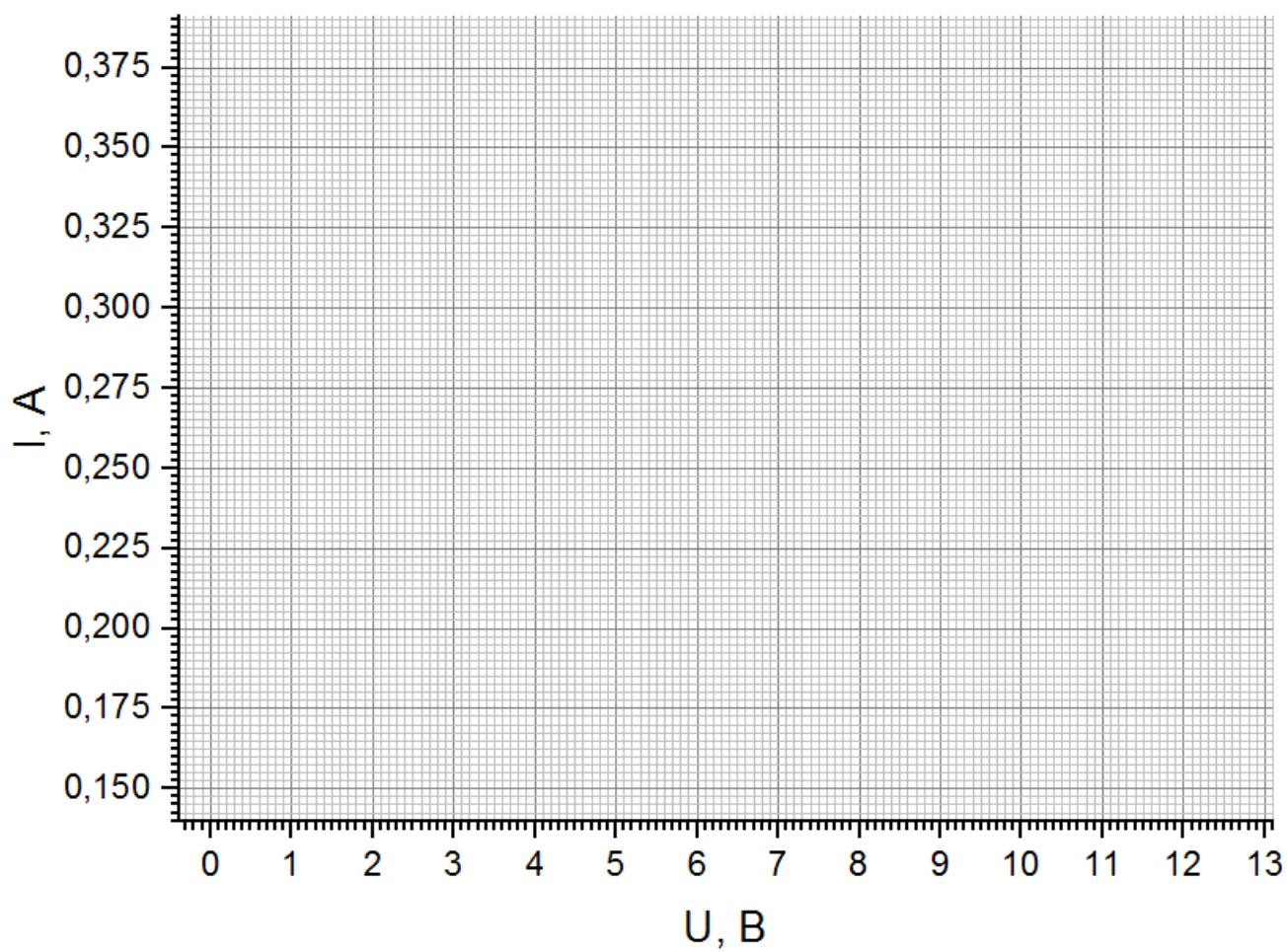
Бланк №1 К заданию 9-3 «Бареттер»



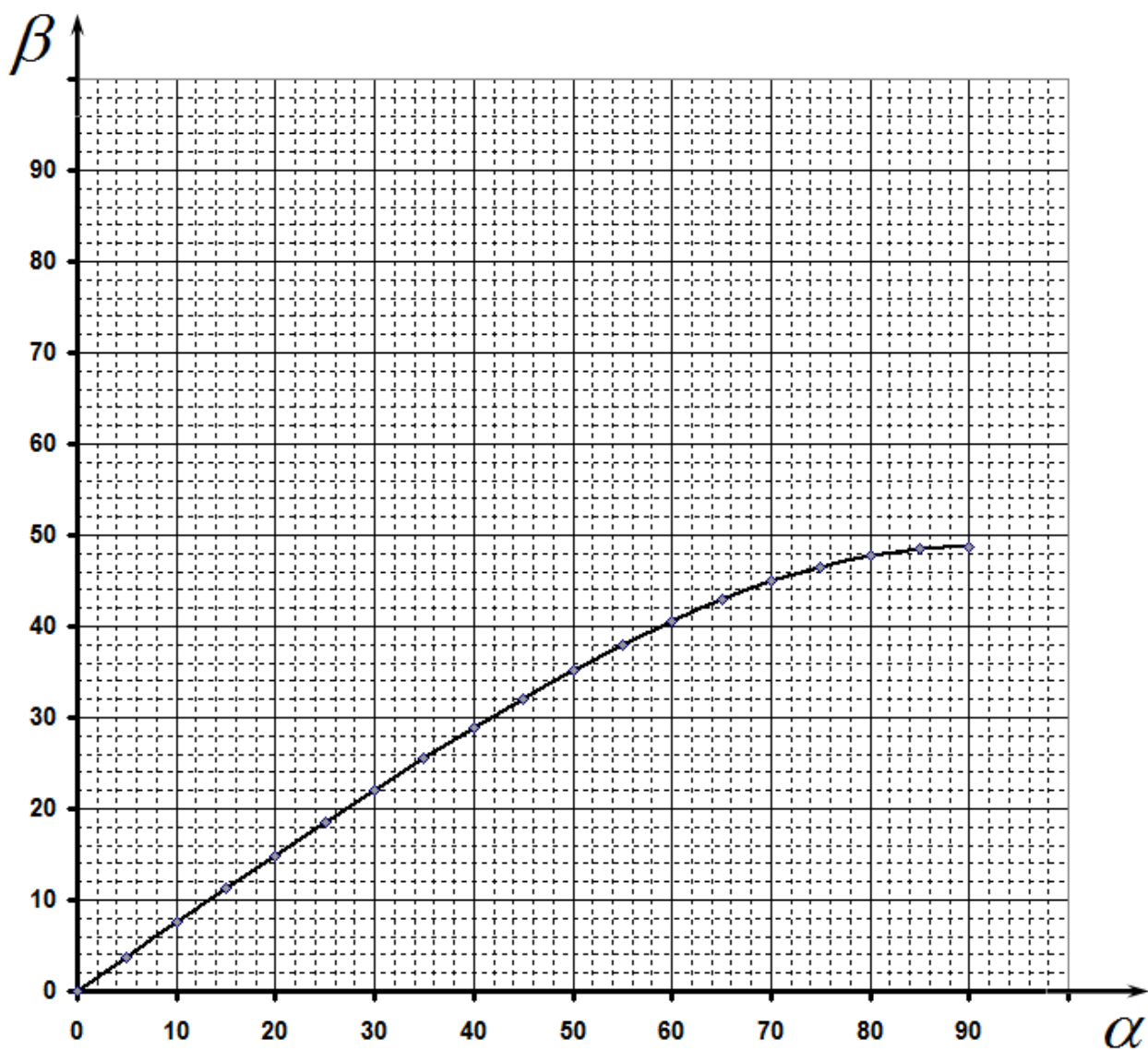
Бланк №2 к заданию 9-3 «Бареттер»



$t, ^\circ\text{C}$	$\rho \cdot 10^6, \text{OM} \cdot \text{M}$			
100	0,173			
200	0,257			
300	0,346			
400	0,446			
500	0,563			
600	0,695			
700	0,831			
800	0,951			
900	1,047			
1000	1,118			
1100	1,168			
1200	1,207			
1300	1,240			
1400	1,270			
1500	1,310			



Бланк к задаче 10-1-3 Водяной куб.



¹ Еще раз отметим, что такая линейная зависимость получена для начальных координат рассматриваемых слоев – если же рассматривать зависимость от координаты движущегося и деформированного газа эта зависимость будет гораздо сложнее!