

Условие

Задание 1. Взвешивание ... площади!

Есть много замечательных геометрических фигур! Изучение их свойств требует хорошего знания математических методов, например, интегрирования, дифференцирования и т.д. Но некоторые геометрические характеристики можно изучать физическими методами.

В данной работе вам с помощью законов физики предстоит изучить свойства эллипсов.

По определению: эллипс есть геометрическое место точек, для которых сумма расстояний ($r_1 + r_2$) до двух фиксированных точек F_1, F_2 (фокусов эллипса) постоянна.

В декартовой системе координат уравнение эллипса имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Параметры a и b называются полуосями эллипса. При $a = b$ эллипс превращается в окружность.

Это уравнение Вам может понадобиться только в том случае, если вместо измерений Вы захотите немного «поинтегрировать» (не оценивается).

Приборы и оборудование: лист картона, две канцелярских кнопки, ножницы, штатив, нить, две гайки.

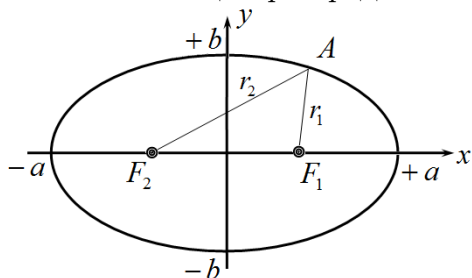
Часть 1. Инженерная

Вам необходимо самостоятельно подготовить семейство полуэллипсов из выданного вам листа картона.

Прежде чем начать его кроить – продумайте последовательность ваших действий!

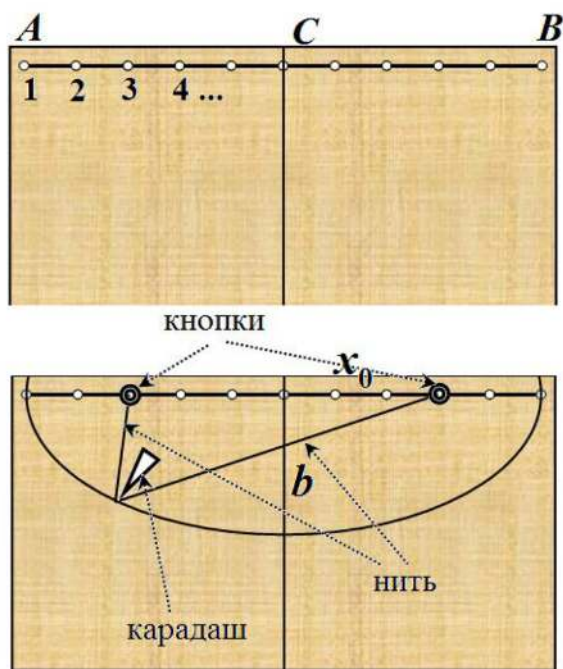
Разметка.

Вдоль длинной стороны листа вблизи его края проведите прямую линию AB , через ее середину проведите к ней перпендикуляр CD . На равных расстояниях (примерно 1 см) симметрично относительно центра сделайте кнопкой ряд небольших отверстий 1,2,3,4.....



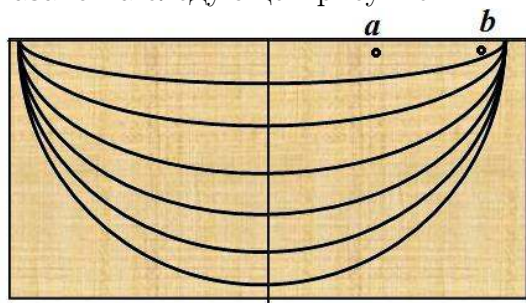
К остриям кнопок привяжите кусок нити. Ее длина должна быть в точности равна расстоянию между крайними отверстиями на прямой AB . Вставьте кнопки симметрично в отверстия. Натяните нить острием карандаша (или ручки) и, все время удерживая нить натянутой проведите линию на листе картона. Если Вы ничего не напутали. То получившаяся линия и будет половиной эллипса.

Постройте таким способом несколько (6-7) различных эллипсов. Для каждого из них измерьте величину полуоси b (полуось a при этом остается неизменной).



1.1 Постройте график зависимости длины полуоси b от положения кнопки x_0 (расстояния от центра до фокуса эллипса) 1.2 Предложите теоретическую формулу для полученной зависимости.

В результате построений ваш лист картона должен выглядеть приблизительно так, как показано на следующем рисунке.

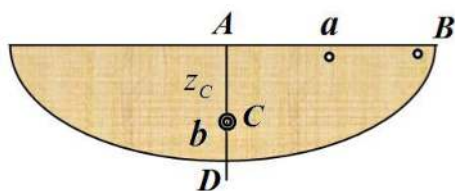


Сделайте в нем два отверстия a, b . За отверстие a вы будете подвешивать вырезанные эллипсы, а к отверстию b подвешивать дополнительный груз.

Далее последовательно вырезайте из картона исследуемые эллипсы, подумайте в каком порядке проводить измерения!

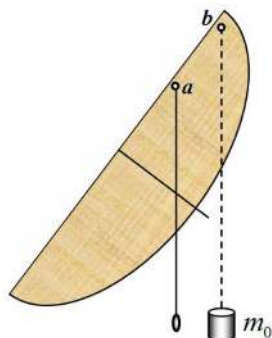
Часть 2 Измерительная.

Вам необходимо исследовать зависимость положения центра масс полуэллипса C (расстояния от $z_C = |AC|$ от центра эллипса до центра масс полуэллипса) его площади от величины полуоси b .



следующая

пленной в
вес. Затем
 b .
определить
сы к массе



Для проведения таких измерений Вам предлагается следующая методика. Подвесьте вырезанную фигуру на иголке, закрепленной в штативе, через отверстие a . К иголке привяжите отвес. Затем подвесьте груз (гайку) на нити, проходящей через отверстие b . Этих двух экспериментов достаточно, чтобы определить положение центра масс полуэллипса и отношения его массы к массе груза m/m_0 .

2.1 Укажите какие величины Вам необходимо измерить, чтобы получить значения расстояния z_C и отношения масс m/m_0 . Приведите формулы по которым Вы будете находить эти величины. 2.2 Проведите необходимые измерения для определения величин z_C и m/m_0 для всех вырезанных Вами полуэллипсов. 2.3 Постройте график зависимости z_C от величины полуоси b . Предложите формулу, описывающую полученную зависимость, найдите ее параметры. 2.4 На основании полученных вами экспериментальных данных найдите отношение $\frac{z_C}{R}$ Для полукруга радиуса R (даже в том случае, когда среди ваших фигур полукруга нет). 2.5 Постройте график зависимости отношения масс m/m_0 от длины полуоси b . 2.6 На основании полученных экспериментальных данных предложите точную формулу для площади эллипса.

¹ Погрешность рассчитана по МНК, хотя применим и графический метод.