

Условие

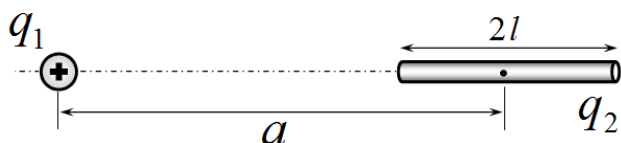
Задача 11-2. Когда отрезок можно считать точкой?

Приведем выдержку из возможного диалога на уроке физике: Ученик: Что такое точечный заряд? Учитель: Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь! Ученик: А при каких условиях размерами тела можно пренебречь? Учитель: Если размеры тела значительно меньше расстояний между телами! Ученик: Значительно больше – это во сколько раз? Учитель: ...????

Поможем учителю и рассмотрим один конкретный пример взаимодействия не точечных тел.

Часть 1.

Тонкий стержень длиной $2l$ равномерно заряжен, его суммарный заряд равен q_2 . На оси стержня на расстоянии a от его середины ($a > l$) находится точечный заряд q_1 .



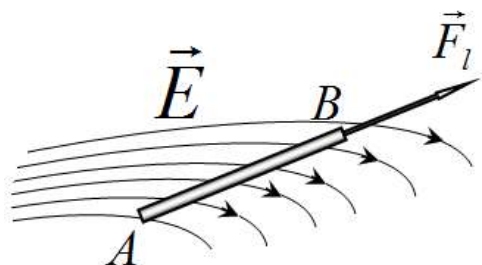
1.1 Получите точное выражение для силы, действующей на стержень со стороны точечного заряда.

Подсказка.

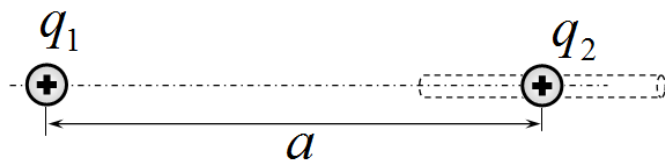
Покажите, что в произвольном электростатическом поле на равномерно заряженный стержень вдоль оси стержня³ действует сила $\vec{F}_l$, которая пропорциональна разности потенциалов на концах стержня

$$F_l = \gamma(\varphi_A - \varphi_B) \quad (1)$$

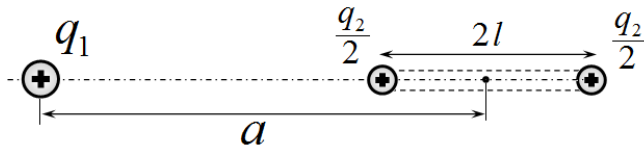
Найдите коэффициент пропорциональности γ в этой формуле.



1.2 Предположим, что стержень можно считать точечным зарядом, сосредоточенным в его середине. Запишите формулу для силы, действующей на стержень в этом приближении. Назовем эту формулу Приближением точечного заряда.



1.3 Теперь предположим, что суммарный заряд стержня можно разделить поровну и расположить на его концах. Запишите формулу для силы, действующей на стержень в этом приближении. Назовем эту формулу Приближением двухточечного заряда.



3 3

1.4 Обозначим отношение $\frac{l}{a} = z$ и будем считать его малой величиной ($z \ll 1$). Покажите, что относительные погрешности приближенных формул имеют второй порядок малости, т.е. их можно представить в виде $\varepsilon = Cz^2$, где C - некоторое число. Найдите значения эти постоянных для двух приближенных формул. Какая из приближенных формул точнее?

1.5 Оцените, при каком отношении $\frac{a}{l}$ стержень можно считать точечным зарядом, если допустимая погрешность расчеты силы взаимодействия составляет 1%

При оценке погрешностей можете пользоваться приближенной формулой, справедливой при малых x :

$$(1 + x)^\gamma \approx 1 + \gamma x.$$

³ Возможно существование и других компонент суммарной силы, действующей на стержень.