

Условие

Задача 11-3 Колебания магнитов

Сила взаимодействия между двумя небольшими цилиндрическими магнитами зависит от расстояния x между ними по закону (эту формулу выводить не требуется!)

$$F = \frac{b}{x^4} \quad (1)$$

где b - известная постоянная величина. Масса каждого магнита m . Ускорение свободного падения g

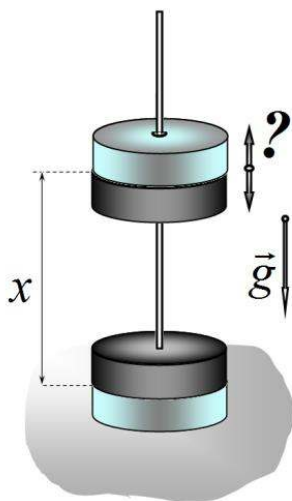
Часть 1. Вертикальные колебания.

Нижний магнит закреплен, верхний может скользить без трения по тонкому вертикальному стержню, при этом плоскость магнита остается все время горизонтальной. Магниты расположены одноименными полюсами навстречу друг другу.

1.1 На какой высоте x_0 может находиться в состоянии покоя верхний магнит?

1.2 Может ли верхний магнит колебаться в вертикальном направлении? Ответ обоснуйте.

Если колебания возможны, то найдите их период, считая колебания малыми.

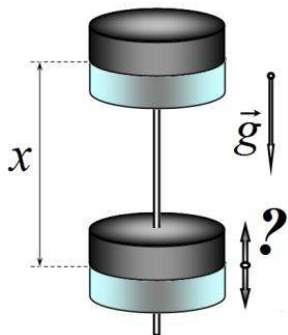


Один из магнитов перевернули так, что магниты оказались ориентированы противоположными полюсами навстречу друг другу. После этого перевернули всю систему и закрепили верхний магнит.

1.3 На какой высоте x_0 может находиться в состоянии покоя нижний магнит?

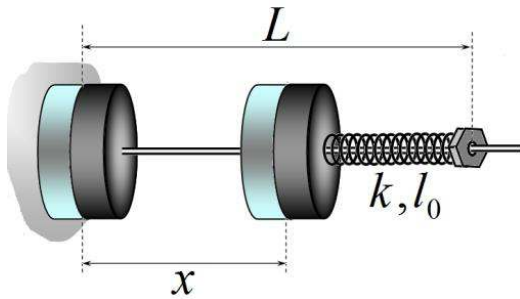
1.4 Может ли нижний магнит колебаться в вертикальном направлении? Ответ обоснуйте.

Если колебания возможны, то найдите их период, считая колебания малыми.



Часть 2. Горизонтальные колебания.

Стержень с магнитами (ориентированными противоположными полюсами навстречу друг другу) закрепили горизонтально, также закрепили один из магнитов (левый). Правый магнит может скользить без трения по стержню. К магниту прикрепили пружину жесткости k , длина пружины в недеформированном состоянии l_0 . Второй конец пружины прикрепили к стержню на расстоянии L от левого магнита.



2.1 Определите, при каких значениях L правый магнит может колебаться вдоль стержня?

2.2 Пусть постоянная в формуле (1) равна $b = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}^4$, параметры пружины $k = 50 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $l_0 = 10 \text{ см}$, конец пружины закреплен на расстоянии $L = 28 \text{ см}$. Для возбуждения колебания подвижного магнита его смещают на расстояние δ от положения равновесия в сторону неподвижного магнита и отпускают без толчка.

С относительной погрешностью до 10% найдите, при каких значениях начального смещения δ_{max} магнит будет совершать колебания.

Используйте графический метод решения этого пункта задачи. Необходимые построения выполните на выданном бланке к этой задаче, на котором точно построен график функции $F(x)$, при заданном значении параметра b .

На графике укажите положение равновесия x_0 , возле которого будут происходить колебания, а также найденное вами значение δ_{max} .

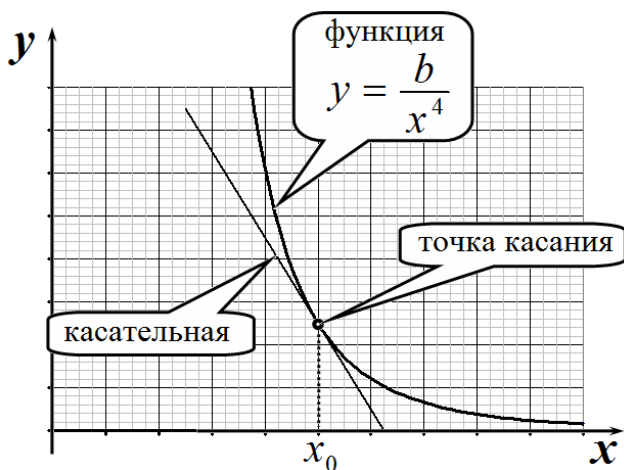
Математические подсказки.

1. При решении задачи можете пользоваться приближенной формулой, справедливой при малых значениях ξ и произвольном показателе степени β :

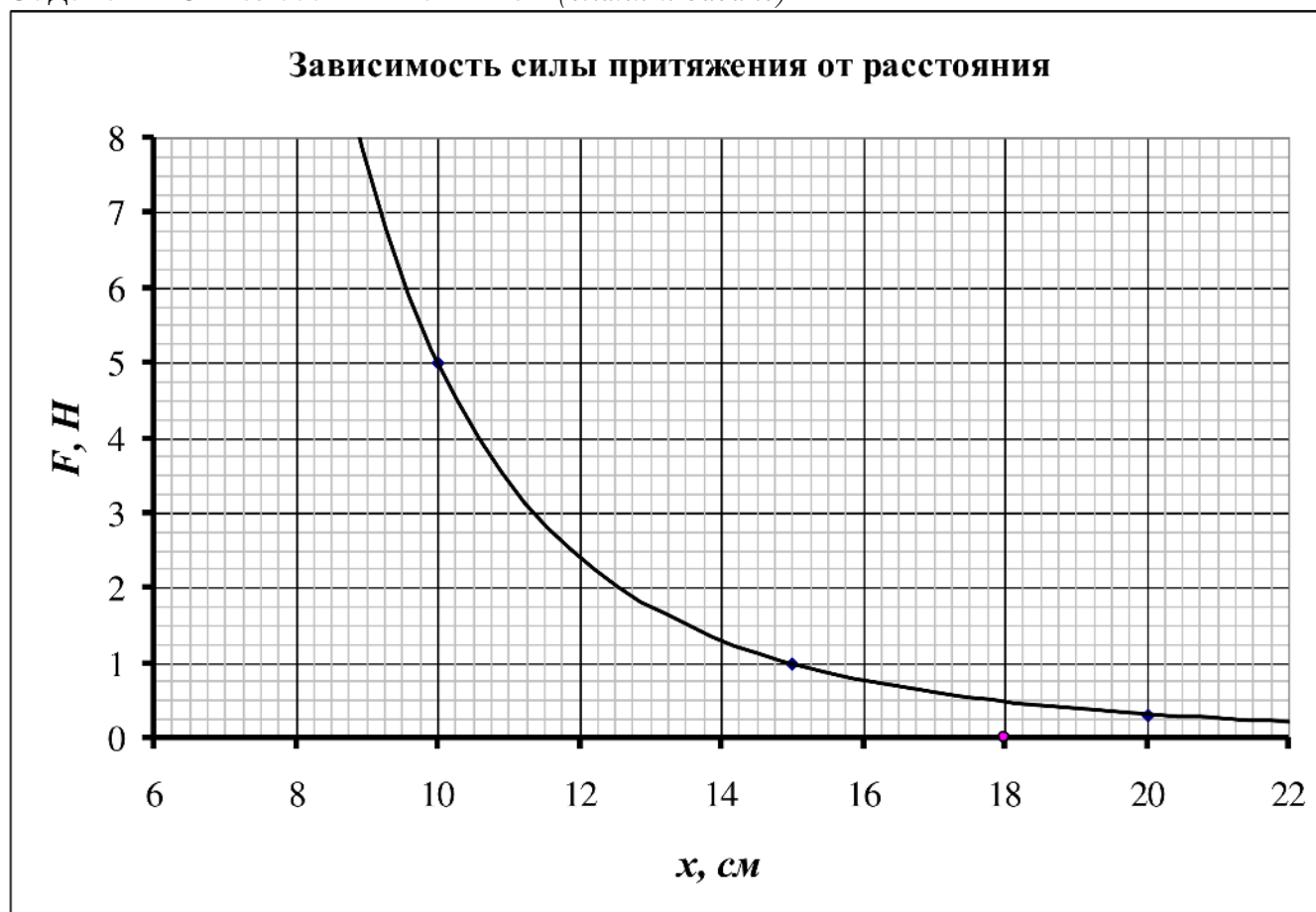
$$(1 + \xi)^\beta \approx 1 + \beta\xi \quad (2)$$

2. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{b}{x^4}$ в точке x_0 имеет вид

$$y = \frac{b}{x_0^4} \left(5 - 4 \frac{x}{x_0} \right). \quad (3)$$



Задача 11-3 Колебания магнитов (бланк к задаче)



¹ Не такой уж редкая ситуация для олимпиадных задач: нужно найти не само решение, а только условия при которых это решение существует!